

**GOSTARIA DE BAIXAR  
TODAS AS LISTAS  
DO PROJETO MEDICINA  
DE UMA VEZ?**

**CLIQUE AQUI**

ACESSE

**WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS**



**Projeto Medicina**

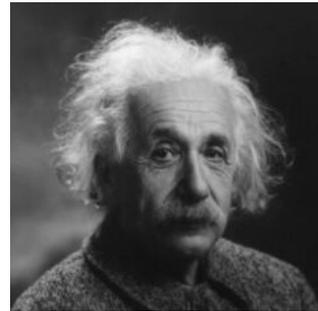
Material Elaborado por Caio Guimarães e Eurico Nicacio

**Física Moderna: Análise da Aplicação da Teoria nos Exercícios do ITA**

## Capítulo 4: Relatividade de Einstein

### Introdução Histórica

Com a publicação “Sobre a Eletrodinâmica de Corpos em Movimento”, Albert Einstein em 1905 enunciou sua teoria restrita da Relatividade. Nele é explicado que a teoria até então seguida pelos físicos, proposta por Galileu, que explicavam os conceitos de velocidade e movimento de um corpo de acordo com um dado sistema referencial não valeriam mais para o eletromagnetismo (que havia sido fortemente enriquecido pelo modelo de Maxwell). Estudaremos agora no que consiste essa teoria.



### O porquê da proposta

De acordo com os recentes estudos do eletromagnetismo, observar um fenômeno eletromagnético depende do referencial do observador. Ou seja, dependendo da velocidade com que um observador se aproxima da luz ele pode observar um campo magnético ou um campo elétrico. Isso vai contrariar as teorias da relatividade de Galileu que dizia que um fenômeno mantinha sua natureza independente do referencial. Tal teoria era válida para a física Newtoniana, porém precisaria ser reavaliada para incluir os conceitos do eletromagnetismo.

### A nova idéia de ‘Simultaneidade’

Antes de enunciarmos os dois postulados que regem a teoria da relatividade, vamos descrever um fenômeno que nos dará uma noção da diferença do conceito de Galileu para o conceito novo proposto por Einstein.

Imagine um trem passando por uma estação com velocidade constante. No momento exato em que o trem está passando, duas pessoas (uma em cada extremidade do trem) enviam um sinal luminoso para uma pessoa localizada no centro do trem. Para alguém fora do trem o sinal deve chegar ao centro simultaneamente, é claro.

Agora imagine o ponto de vista dessa pessoa que está fora do trem. Para ela o observador do centro do trem está se aproximando na direção do ponto de partida de um dos raios luminosos, e se afastando do ponto de partida de outro raio luminoso. Obviamente, então, para o referencial inercial o sinal luminoso de um chegará ao observador central antes do outro.

Isso é um absurdo de acordo com a teoria da relatividade de Galileu. Para Galileu o tempo é único independente do referencial (o tempo passa independentemente para todos, simultaneamente). Então, como dois raios luminosos, emitidos ao mesmo tempo, percorrendo a mesma distância, teriam tempos de chegadas diferentes?

## A Transformação de Lorentz – Dilatação do Tempo

Em 1913, Einstein publicou um texto explicando como poderiam ser aplicadas transformações conhecidas como transformações de Lorentz, para descrever a diferença na simultaneidade de eventos de acordo com o seu sistema referencial.

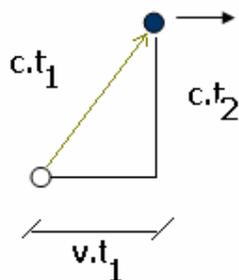
Imagine dois espelhos paralelos, separados de uma distância  $d$ , no qual um deles manda um raio luminoso retilíneo para o outro. O espelho receptor passa a se mover com velocidade  $v$  para um lado. Vamos considerar essa situação em dois referenciais distintos.

(i) Para um referencial fixo ao espelho receptor (Receptor II).



Nesse caso o sinal continua sendo vertical. O tempo de percurso nesse referencial é  $t_2$  que:  $t_2 \cdot c = d$

(ii) Para um referencial fixo ao espelho emissor (Referencial I)



Nesse caso o sinal é oblíquo em relação a vertical. Para o observador fixo ao espelho em movimento, o sinal ainda será vertical. De tal forma que podemos tirar a seguinte relação de Pitágoras.

$$(t_1 \cdot c)^2 = d^2 + (vt_1)^2$$

Das duas observações, eliminando o parâmetro d:

$$t_1^2 \cdot (c^2 - v^2) = t_2^2 \cdot c^2$$

$$t_1 \sqrt{\frac{(c^2 - v^2)}{c^2}} = t_2$$

$$\therefore t_2 = t_1 \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

Devido a esse resultado, comumente encontramos em materiais didáticos a expressão “fator de Lorentz”, que é dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Ou seja, para um referencial com velocidade  $v$  em relação ao outro referencial, o tempo é dividido pelo fator de Lorentz.

$$t_1 = t_0 \gamma$$

Nesse caso  $t_0 = t_2$  é o tempo de travessia do raio sem o movimento de referencial.

Mostraremos com mais detalhes mais a frente que a velocidade de um corpo não pode exceder a velocidade da luz, o que está coerente com nossa expressão uma vez que o radicando deverá ser positivo. Vale notar que para quanto maior for a relação  $v^2/c^2$  mais influente fica o fator de Lorentz (que é sempre um número maior que 1). É comum ouvir-se falar de um objeto como sendo relativístico ou não-relativístico. O objeto será relativístico quanto mais próximo de 1 for a razão  $v/c$ .

No caso da velocidade entre dois referenciais, temos que o tempo é dilatado para o observador do referencial I. O observador I vê o tempo dilatado em relação ao tempo medido no referencial II. A esse fenômeno denominamos **Dilatação do Tempo**.

**“O tempo passa mais lentamente para o referencial em movimento”**

## Contração do Espaço

Semelhantemente ao que fizemos para deduzir a expressão de Lorentz para a dilatação do tempo, poderíamos ter percebido uma alteração no espaço para os dois referenciais. Considere o seguinte problema:

Uma pessoa A se encontra numa plataforma de trem de tamanho natural  $L_0$ . Um trem com uma velocidade  $v$  muito alta passa pela estação. A pessoa A mede o tempo de travessia do trem (tempo entre o instante em que a frente do trem passou pelo começo da plataforma e o instante em que a frente do trem passou pelo final da plataforma). Sua medida foi:  $t_A = \frac{L_0}{v}$

Uma pessoa B, dentro do trem faz o mesmo procedimento. O seu tempo de medida é dado por:  $t_B = \frac{L_B}{v}$ . Da dilatação do tempo temos que:  $t_A = t_B \cdot \gamma$

Logo:

$$\frac{L_0}{v} = \frac{L_B}{v} \cdot \gamma \quad \therefore \quad \boxed{L_B = \frac{L_0}{\gamma}}$$

Ou seja, para o referencial em movimento, o comprimento da plataforma diminuiu. A esse fenômeno chamamos de “Contração do Espaço”.

## Experimento de Michelson e Morley

Antes de 1905, muitos acreditavam que o universo estava preenchido com um meio com propriedades peculiares, conhecido com *éter*. Acreditava-se que a luz era uma onda mecânica, que induzia vibrações em tal meio elástico. Este meio teria que ser ao mesmo tempo um sólido com elevada densidade para suportar a luz propagando a altíssimas velocidades e um fluido extremamente leve para que não exercesse qualquer interferência no movimento dos planetas.

No meio científico, o experimento de Michelson e Morley não foi capaz de detectar a presença do éter e, além disso, indicou a invariância da velocidade da luz, ou seja, a velocidade da luz era sempre a mesma, independentemente do movimento relativo entre fonte e observador. É importante ressaltar que os experimentos de Michelson-Morley nos anos de 1881 e 1887, mesmo não tendo detectado o movimento da Terra em relação ao éter, foram interpretados por diversos cientistas sem descartar a teoria do éter.

Portanto é inverídico do ponto de vista histórico que tenham sido cruciais para a física clássica. O próprio Michelson aferrou-se à teoria do éter até o final de sua vida. Tais experimentos também foram secundários para a gênese da teoria da relatividade restrita de Einstein.

Com esse experimento, Michelson e Morley concluíram que a velocidade da luz não é influenciada pelo movimento da Terra. Tal resultado é facilmente compreendido em termos dos postulados de Einstein.

Para maiores informações, visite:

[http://en.wikipedia.org/wiki/Michelson-Morley\\_experiment](http://en.wikipedia.org/wiki/Michelson-Morley_experiment)

## Postulados de Einstein

Mais a frente, discutiremos algumas conseqüências do que acabamos de ver. Mas, primeiramente, vamos citar os postulados de Einstein que definiram a teoria da relatividade:

- Todas as leis da física tornam a mesma forma em todos os referenciais inerciais; É impossível realizar experiência, num determinado referencial, para medir o seu próprio movimento do sistema de referência. (**Princípio da Relatividade**)
- A luz se propaga através do espaço vazio com uma velocidade constante  $c$ , independente do estado do movimento do corpo emissor (independe do referencial). (**Postulado da Luz**)

Note que o segundo postulado “justifica” o primeiro, uma vez que um experimento que medisse a luz num determinado referencial nos possibilitaria detectar o movimento do mesmo.

## O Múon

O múon é uma partícula de origem cósmica com um tempo de vida muito pequeno (em torno de 2,2 microsegundos). Uma das evidências para o estudo de contração do espaço (dilatação do tempo) foi a evidência de abundância de partículas múon no nível do mar. O tempo de queda da sua origem (cerca de 2km acima do nível do mar) até o nível do mar seria maior do que seu tempo de vida, e portanto seria um absurdo ter abundância dessas partículas a nível do mar.

Vamos ver que, com a teoria de Einstein, o fato evidenciado torna-se possível. A velocidade em que viaja o múon é de aproximadamente  $0,9952c$ .

O tempo de vida do múon, considerando a dilatação do tempo (para o referencial terra é):

$$t_{vida} = \frac{2,2 \mu s}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2,2 \mu s}{\sqrt{1 - (0,9952)^2}} \approx 22,5 \mu s$$

A distância que o múon pode percorrer a essa velocidade antes de desintegrar é:

$$\Delta s = 0,9952.c.t_{vida} \approx 6,712 m$$

Como a distância permitida é maior que a distância que o múon teria que percorrer para chegar ao lugar onde foi observado (devido à contração de espaço), a observação torna-se possível.

## Paradoxo dos Gêmeos

Vamos analisar a seguinte situação. Dois gêmeos idênticos A e B são tais que A passará por uma viagem numa nave espacial sob uma velocidade muito próxima da velocidade da luz, enquanto que B permanecerá parado na Terra. Sabemos que para o gêmeo B, que está na Terra, a nave está se movendo, então, segundo a teoria que vimos, ele afirma que o tempo para o seu irmão gêmeo dentro da nave está passando mais lentamente. Enquanto isso, o irmão A vê a Terra se afastar dele com velocidade perto de  $c$ , e afirma que o tempo passa mais de vagar para o seu irmão. Qual dos dois está correto?

Na verdade, com o problema proposto, ambas as afirmações estão erradas. Segundo o postulado de Einstein, não é possível comparar o passar do tempo entre duas pessoas com referenciais movendo-se um em relação ao outro. O correto, sim, seria dizer que o tempo passa mais devagar para B quando medido no referencial de A, e vice-versa.

Porém, se analisarmos um problema segundo o referencial inercial Terra, existe uma resposta para “qual dos dois irmãos está mais envelhecido?”. O gêmeo viajante A mudou de referencial inercial ao sair da Terra, passando a um referencial com velocidade constante próxima a da luz, e mais tarde, ao retornar voltou ao referencial da Terra. Ou seja, como a comparação final é feita no referencial da Terra, conclui-se que B está mais envelhecido que A, devido à dilatação do seu tempo em relação ao referencial.

## Massa de Repouso

Podemos definir massa pela segunda Lei de Newton, como sendo:

$$m = \frac{\vec{F}}{\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)}$$

Note que aumentando a força indefinidamente estaríamos aumentando indefinidamente sua velocidade. Ora, mas sabemos que a velocidade tem um limite (velocidade da luz no vácuo  $c$ ). Portanto é de se esperar que haja uma alteração no valor da massa para velocidades próximas da luz.

A partir da 2ª lei de Newton e da Lei da conservação do Impulso é possível demonstrar que:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 \gamma$$

Onde  $m_0$  é a massa do objeto em repouso.

Não incluímos a prova nesse artigo, por ser de complexidade matemática excessiva, fugindo ao interesse do artigo.

## Energia Relativística

Junto com seu trabalho matemático sobre relatividade, Einstein mostrou que a expressão relativística precisa para a energia de uma massa de repouso  $m_0$  e momento linear  $p$  é:

$$E = \sqrt{(m_0 \cdot c^2)^2 + (pc)^2}$$

Devemos então notar a consistência, para os casos:

- Objeto de massa de repouso não-nula, com velocidade nula:

$$p = 0 \Rightarrow E = m_0 \cdot c^2$$

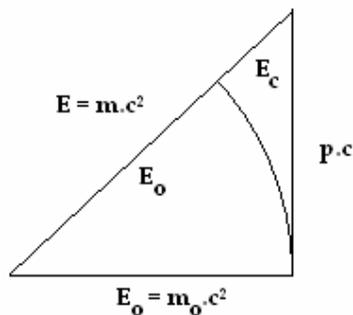
(Famosa Relação de Einstein para energia de repouso)

- Objeto de massa de repouso nula:

$$m_0 = 0 \Rightarrow E = pc$$

(Consistência com o resultado do eletromagnetismo)

### Método Mnemônico de lembrar a expressão da energia



O Triângulo ao lado resume as expressões de energia:

$$E = E_0 + E_{cinetica} \Leftrightarrow E = m_0 c^2 + E_{cinetica}$$

Onde,  $E$  é a energia relativística total e  $E_0$  é a energia de repouso.

Do teorema de Pitágoras:

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2$$

$$\therefore E = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (pc)^2}$$

## Exercícios Propostos

- 1) Uma régua move-se com a velocidade  $v=0,6c$  na direção do observador e paralelamente ao seu comprimento.
- Calcular o comprimento da régua, medida pelo observador, se ela possui um metro no seu próprio referencial
  - Qual o intervalo de tempo necessário para a régua passar pelo observador?
- 2) A vida média própria dos mésons  $\pi$  é  $2,6 \cdot 10^{-8}$  s. Imagine um feixe destas partículas, com velocidade  $0,9c$ .
- Qual seria a vida-média medida no laboratório?
  - Que distância percorreriam antes de desintegrar-se?
  - Qual seria a resposta do item anterior, se desprezássemos a dilatação do tempo?
- 3) A energia liberada quando o sódio e o cloro se combinam para formar NaCl é 4,2 eV.
- Qual é o aumento de massa (em unidades de massa atômica) quando uma molécula de NaCl se dissocia em um átomo de Na e outro de Cl?
  - Qual o erro percentual que se comete ignorando essa diferença de massa?
- Dados: A massa atômica do Na é cerca de 23 u e a do Cl vale 35 u.
- 4) Um elétron, com energia de repouso 0,511 MeV, tem energia total 5 MeV.
- Calcular o seu momento em unidade MeV/c.
  - Calcular a razão da sua velocidade e da velocidade da luz.
- 5) A energia em repouso de um próton é 938 MeV. Sendo a sua energia cinética também igual a 938 MeV, calcular o seu momento linear em unidade MeV/c.
- 6) Um elétron desloca-se a uma velocidade tal que pode circunavegar a Terra, no Equador, em 1,00 s no referencial da Terra.
- Qual é a sua velocidade, em termos da velocidade da luz?
  - Qual é a sua energia cinética K?
  - Qual é o erro percentual cometido se a energia cinética K for calculada pela fórmula clássica?

**Gabarito:**

- 1) a) 0,8 m.  
b) 4,44 ns.
  
- 2) a)  $5,96 \cdot 10^{-8}$  s.  
b) 16,1 m.  
c) 7,02 m.
  
- 3) a)  $4,5 \cdot 10^{-9}$  u.  
b)  $8 \cdot 10^{-9}$  %.
  
- 4) a) 4,974 MeV/c.  
b) 0,9948.
  
- 5)  $938\sqrt{3}$  MeV/c.
  
- 6) a) 0,134c.  
b) 4,62 keV.  
c) 1,36 %.

**Créditos**

O material é de origem original, digitado e compilado por mim, porém com várias referencias. Utilizei o caderno de um professor, um dos melhores professores de física do ensino médio Brasil em minha opinião: Ricardo Luiz, para o acervo de questões propostas. Foram utilizadas informações de pesquisa no [wikipedia.org](http://wikipedia.org) . O material tem como intuito ser utilizado para estudo apenas, principalmente para aqueles que não têm acesso tão facilmente a informação, e JAMAIS ser vendido ou utilizado com objetivos financeiros.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.