

**GOSTARIA DE BAIXAR  
TODAS AS LISTAS  
DO PROJETO MEDICINA  
DE UMA VEZ?**

**CLIQUE AQUI**

ACESSE

**WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS**



**Projeto Medicina**

**Exercícios de Matemática**  
**Trigonometria – Equações Trigonométricas**

1. (Ufpe) Quantas soluções a equação  $\text{sen}^2x + [(\text{sen}^4x)/2] + [(\text{sen}^6x)/4] + \dots = 2$ , cujo lado esquerdo consiste da soma infinita dos termos de uma progressão geométrica, de primeiro termo  $\text{sen}^2x$  e razão  $(\text{sen}^2x)/2$ , admite, no intervalo  $[0, 20\pi]$ ?

2. (Ufpr) Considere as matrizes a seguir, onde a, b, c e  $\varphi$  são números reais. Assim, é correto afirmar:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cos \varphi \\ 2^b & c \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3^{a+2b} & \log_{10} \sqrt{10} \\ \frac{1}{2} & \log_{10} \sqrt{5} \end{bmatrix}$$

(01) Os valores de a e b para os quais  $A = B$  são, respectivamente, 2 e -1.

(02) Para que a matriz A seja igual à matriz B, é necessário que c seja número negativo.

(04) Se  $b = 0$  e  $c = -1$ , então o elemento na posição "2ª linha, 2ª coluna" da matriz (A.B) é  $\log_{10} \sqrt{2}$ .

(08) Se  $\varphi = 0$  e  $c = 0$ , então a matriz A tem inversa, qualquer que seja o valor de b.

(16) Todos os valores de  $\varphi$  para os quais  $A = B$  são da forma  $2k\pi \pm \pi/3$ , onde k é número inteiro.

Soma ( )

3. (Unicamp) Dado o sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} [\cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)] x + [2\text{sen}(\alpha)] y = 0 \\ [\cos(\alpha)] x + [\cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)] y = 0 \end{cases}$$

a) Encontre os valores de  $\alpha$  para os quais esse sistema admite solução não-trivial, isto é, solução diferente da solução  $x = y = 0$ .

b) Para o valor de  $\alpha$  encontrado no item (a) que está no intervalo  $[0, \pi/2]$ , encontre uma solução não-trivial do sistema.

4. (Ita) Um dos catetos de um triângulo retângulo mede  $\sqrt[3]{2}$  cm. O volume do sólido gerado pela rotação deste triângulo em torno da hipotenusa é  $\pi$  cm<sup>3</sup>. Determine os ângulos deste triângulo.

5. (Ufu) Determine a soma das raízes de  $\log_2(\text{sen}x) - \log_2(\cos x + \text{sen}x) = 0$ , contidas no intervalo  $[-2\pi, 2\pi]$ .

6. (Uem) Considere um ponto P(x,y) sobre a circunferência trigonométrica e que não esteja sobre nenhum dos eixos coordenados. Seja  $\alpha$  o ângulo determinado pelo eixo OX e pela semi-reta OP, onde O é a origem do sistema. Nessas condições, assinale o que for correto.

01) A abscissa de P é menor do que  $\cos(\alpha)$ .

02) A ordenada de P é igual a  $\text{sen}[\alpha + (\pi/2)]$ .

04) A tangente de  $\alpha$  é determinada pela razão entre a ordenada e a abscissa de P.

08) As coordenadas de P satisfazem à equação  $x^2 + y^2 = 1$ .

16) Se  $x = y$ , então  $\text{cotg}(\alpha) = -1$ .

32)  $\alpha = \pi/4$  é o menor arco positivo para o qual a equação  $\cos^2(\alpha + \pi) + \text{sen}^2[\alpha + (\pi/2)] = \cos^2[(\alpha + (\pi/2)) + \text{sen}^2(\alpha + \pi)]$  é satisfeita.

64)  $\text{sen}(2\alpha) = 2y$ .

7. (Ita) Obtenha todos os pares (x, y), com  $x, y \in [0, 2\pi]$ , tais que

$$\begin{aligned} \text{sen}(x + y) + \text{sen}(x - y) &= 1/2 \\ \text{sen } x + \cos y &= 1 \end{aligned}$$

8. (Ufes) Determine todos os valores de  $\theta$  para os quais  $\text{sen}^3\theta \cos\theta - \text{sen}\theta \cos^3\theta = 1/4$

9. (Fatec) O conjunto solução da equação  $2\cos^2x + \cos x - 1 = 0$ , no universo  $U = [0, 2\pi]$ , é

- a)  $\{\pi/3, \pi, 5\pi/3\}$
- b)  $\{\pi/6, \pi, 5\pi/6\}$
- c)  $\{\pi/3, \pi/6, \pi\}$
- d)  $\{\pi/6, \pi/3, \pi, 2\pi/3, 5\pi/3\}$
- e)  $\{\pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3, 2\pi\}$

10. (Fei) Se  $\cotg(x) + \tg(x) = 3$ , então  $\sen(2x)$  é igual a:

- a)  $1/3$
- b)  $3/2$
- c)  $3$
- d)  $2/3$
- e) nenhuma anterior é correta

11. (Ita) Seja  $a \in [-\pi/4, \pi/4]$  um número real dado. A solução  $(x_0, y_0)$  do sistema de equações

$$\begin{cases} (\sen a)x - (\cos a)y = -\tga \\ (\cos a)x + (\sen a)y = -1 \end{cases}$$

é tal que:

- a)  $x_0 \cdot y_0 = \tga$
- b)  $x_0 \cdot y_0 = -\sec a$
- c)  $x_0 \cdot y_0 = 0$
- d)  $x_0 \cdot y_0 = \sen^2 a$
- e)  $x_0 \cdot y_0 = \sen a$

12. (Ufpe) Determine a menor solução real positiva da equação  $\sen(\pi x/423) + \sen(2\pi x/423) = \cos(\pi x/846)$ .

13. (Uel) Se  $x \in [0, 2\pi]$ , o número de soluções da equação  $\cos 2x = \sen[(\pi/2) - x]$  é

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

14. (Ufmg) DETERMINE todos os valores de  $x$  pertencentes ao intervalo  $(0, \pi)$  que satisfazem a equação

$$3 \tg x + 2 \cos x = 3 \sec x.$$

15. (Unirio) Para que a matriz a seguir, seja inversível, é necessário que:

$$\begin{bmatrix} \sen \varphi & \cos \varphi & 1 \\ \sen \varphi & 1 & 0 \\ \sen \varphi & \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

- a)  $\varphi \neq \pi/4 + 2k\pi$
- b)  $\varphi \neq \pi/2 + 2k\pi$
- c)  $\varphi \neq k\pi$
- d)  $\varphi \neq 2k\pi$
- e)  $\varphi \neq 2k\pi \pm \pi/2$

16. (Ufsc) Assinale a ÚNICA proposição CORRETA.

No intervalo  $[0, 3\pi]$ , o número de soluções da equação  $\sen 2x = (\sqrt{2}) \cos x$  é

- 01. 3.
- 02. 4.
- 04. 5.
- 08. 6.
- 16. 7.

17. (Uece) Se  $n = [\sen(\pi/6) + \cos(\pi/3)] / [\log_4 \sen(\pi/6)]$ , então  $(1+8n)/(1+n^2)$  é igual a:

- a)  $-7/2$
- b)  $-3$
- c)  $2$
- d)  $5/2$

18. (Uece) Se  $\sen \theta = (2\sqrt{85})/85$ ,  $\pi/2 < \theta < \pi$ , então  $2 + \tg[\theta - (\pi/4)]$  é igual a:

- a)  $3/7$
- b)  $4/7$
- c)  $5/7$
- d)  $6/7$

19. (Cesgranrio) O número de soluções da equação  $\text{sen}^2x=2\text{sen } x$ , no intervalo  $[0,2\pi]$ , é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

20. (Fei) Se  $s = \text{sen}(x)$ ,  $5s^2 + s - 4 = 0$  e  $0 \leq x \leq \pi/2$  então:

- a)  $x = 0$
- b)  $0 < x < \pi/4$
- c)  $0 < x < \pi/6$
- d)  $x = \pi/2$
- e)  $\pi/4 < x < \pi/2$

21. (Cesgranrio) Todos os valores de  $x \in [\pi, 2\pi]$  que satisfazem  $\text{sen}x \cdot \text{cos}x > 0$  são:

- a)  $\pi < x < 5\pi/4$
- b)  $5\pi/4 < x < \pi$
- c)  $\pi < x < 3\pi/2$
- d)  $3\pi/2 < x < 2\pi$
- e)  $3\pi/2 < x < 7\pi/4$

22. (Cesgranrio) O número de raízes reais da equação  $(3/2)+\text{cos}x=0$  é:

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) maior do que 3.

23. (Ufrs) Considere a equação  $\text{cos } x = \text{cos}(x + \pi)$ . Se  $0 \leq x < 2\pi$ , esta equação

- a) não tem solução.
- b) tem apenas 1 solução.
- c) tem somente soluções 0 e  $\pi$ .
- d) tem somente as soluções  $\pi/2$  e  $3\pi/2$ .
- e) tem infinitas soluções.

24. (Ufrs) No intervalo  $[0, \pi]$  a equação  $\tan x - 1 = 0$

- a) não possui raízes.
- b) possui uma única raiz.
- c) possui apenas 2 raízes.
- d) possui exatamente 4 raízes.
- e) possui infinitas raízes.

25. (Ita) A soma das raízes da equação  $(\sqrt{3})\text{tg}x - (\sqrt{3})\text{sen}2x + \text{cos}2x = 0$ , que pertencem ao intervalo  $[0,2\pi]$ , é:

- a)  $17\pi/4$
- b)  $16\pi/3$
- c)  $15\pi/4$
- d)  $14\pi/3$
- e)  $13\pi/4$

26. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , a soma das soluções reais da equação  $[2 - \sqrt{1 - \text{cos}^2x}] \cdot [0,5 - \sqrt{1 - \text{sen}^2x}] = 0$  é:

- a)  $\pi$
- b)  $2\pi$
- c)  $3\pi$
- d)  $4\pi$
- e)  $5\pi$

27. (Fuvest) Ache todas as soluções da equação

$$\text{sen}^3x \cos x - 3 \text{sen}x \cos^3x = 0$$

no intervalo  $[0,2\pi)$ .

28. (Fatec) Sejam as equações

A:  $\text{tg}x = \text{sen}2x$  e

B:  $\text{cos}^2x = 1/2$ .

Sobre as sentenças

I. As equações A e B têm exatamente as mesmas soluções.

II. A equação B tem soluções  $x = (\pi/4) + (k\pi/2)$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ .

III. No intervalo  $0 \leq x \leq \pi/2$  a equação A tem soluções  $x = 0$  e  $x = \pi/4$ .

é verdade que

- a) somente a I é falsa.
- b) somente a II é falsa.
- c) somente a III é falsa.
- d) todas são verdadeiras.
- e) todas são falsas.

29. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , a soma das raízes da equação

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} + \sin x = 1 \text{ é:}$$

- a)  $3\pi$
- b)  $2\pi$
- c)  $4\pi$
- d) 0
- e)  $\pi$

30. (Unirio) O conjunto-solução da equação  $\cos 2x = 1/2$ , onde  $x$  é um arco da 1ª volta positiva, é dado por:

- a)  $\{60^\circ, 300^\circ\}$
- b)  $\{30^\circ, 330^\circ\}$
- c)  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- d)  $\{30^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ\}$
- e)  $\{15^\circ, 165^\circ, 195^\circ, 345^\circ\}$

31. (Uel) O conjunto solução da equação  $\sin x = \sin 2x$ , no universo  $U = [0, 2\pi]$ , é

- a)  $\{0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 2\pi\}$
- b)  $\{0, \pi/3, \pi, 5\pi/3, 2\pi\}$
- c)  $\{0, \pi/3, \pi/2, \pi, 2\pi\}$
- d)  $\{0, \pi/4, \pi/3, 2\pi\}$
- e)  $\{0, \pi/3, \pi, 2\pi\}$

32. (Ufrs) A identidade  $\sin 2x = 2 \sin x$  é verificada se e somente se

- a)  $x$  é número real.
- b)  $x = 0$ .
- c)  $x = n\pi$ , sendo  $n$  qualquer inteiro.
- d)  $x = n\pi/2$ , sendo  $n$  qualquer inteiro.
- e)  $x = 2n\pi$ , sendo  $n$  qualquer inteiro.

33. (Unicamp) Considere a função:

$$S(x) = 1 + 2\sin x + 4(\sin x)^2 + 8(\sin x)^3 \text{ para } x \in \mathbb{R}.$$

- a) Calcule  $S(\pi/3)$ .
- b) Resolva a equação:  $S(x) = 0$ , para  $x \in [-2\pi, 2\pi]$ .

34. (Puc-rio) Quantas soluções de  $\sin(x) + \cos(x) = 0$  existem para  $x$  entre 0 e  $2\pi$ ?

35. (Uff) Determine a relação entre os números reais  $a$  e  $b$  de modo que as igualdades

$$1 + \cos x = a \sin x \text{ e } 1 - \cos x = b \sin x,$$

com  $x \neq k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , sejam satisfeitas simultaneamente.

36. (Ufrjr) O número de soluções da equação  $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$  no intervalo  $[0, \pi]$  é

- a) 1.
- b) 0.
- c) 2.
- d) 4.
- e) 3.

37. (Ufrjr) Determine o valor de  $p$  na equação  $[(\sin x - p \cos^2 x) / \sin x] - 2 \sin x = (-p + \sin x) / \sin x$ , sendo  $x \neq k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ .

38. (Ufv) Determine todos os pares  $(x, y)$  de números reais que satisfazem o sistema a seguir:

$$\begin{cases} \sin^2 x = \sin^2 2y \\ \cos^2 x = \sin^2 y, \end{cases}$$

sendo  $0 \leq x \leq \pi$  e  $0 \leq y \leq \pi$

39. (Mackenzie) I) Se  $\pi < x < 3\pi/2$ , então  $\sin x \cdot \cos x \cdot \operatorname{tg} x + 1 < 0$ .

II) Em  $[\pi, 3\pi]$ , o número de raízes da equação  $\sin x + \cos x = 0$  é 2.

III) No triângulo de lados 3, 4 e 5, o seno da diferença entre os ângulos menores pode ser  $7/25$ .

Das afirmações anteriores:

- a) todas são verdadeiras.
- b) apenas I e II são verdadeiras.
- c) apenas II e III são verdadeiras.
- d) apenas I é verdadeira.
- e) apenas III é verdadeira.

40. (Mackenzie) I) Se  $\sin x + \cos y = 2$ ,  $0 \leq x, y \leq \pi/2$ , então  $\sin(x+y) = 1$ .

II) Não existe  $x$  real tal que  $\cos^2(x-\pi) \geq \pi$ .

III) Se  $x+2y = \pi/2$ , então  $1 + \sin x = 2 \cos^2 y$ .

Das afirmações acima:

- a) somente I é verdadeira.
- b) somente II é verdadeira.
- c) somente I e II são verdadeiras.
- d) somente II e III são verdadeiras.
- e) todas são verdadeiras.

41. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , o número de soluções reais da equação

$$(\sqrt{3}) \sin x + \cos x = 2 \text{ é:}$$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

42. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , se  $\alpha$  é a maior raiz da equação mostrada na figura adiante

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \cos^4 x - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \cos^3 x + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cos^2 x - \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cos x + 1 = 0$$

, então  $\sin(3\alpha/4)$  vale:

- a) -1
- b) 1
- c) 0
- d) 1/2
- e) - 1/2

43. (Ufu) A área da região do primeiro quadrante delimitada pelas retas, que são soluções da equação  $\cos(x+y)=0$ , com  $0 \leq x+y \leq 2\pi$ , é igual a

- a)  $\pi^2$  unidades de área.
- b)  $4\pi^2$  unidades de área.
- c)  $3\pi^2$  unidades de área.
- d)  $8\pi^2$  unidades de área.
- e)  $2\pi^2$  unidades de área.

44. (Fuvest) O dobro do seno de um ângulo  $\theta$ ,  $0 < \theta < \pi/2$ , é igual ao triplo do quadrado de sua tangente.

Logo, o valor de seu cosseno é:

- a) 2/3
- b)  $(\sqrt{3})/2$
- c)  $(\sqrt{2})/2$
- d) 1/2
- e)  $(\sqrt{3})/3$

45. (Unirio) O conjunto-solução da equação  $\sin x = \cos x$ , sendo  $0 \leq x < 2\pi$ , é:

- a)  $\{\pi/4\}$
- b)  $\{\pi/3\}$
- c)  $\{5\pi/4\}$
- d)  $\{\pi/3, 4\pi/3\}$
- e)  $\{\pi/4, 5\pi/4\}$

46. (Unirio) Considere a função definida por

$$f(x) = \text{tg}^3 [x+(\pi/2)] - \text{tg} [(x+(\pi/2))], \text{ sendo, } x \in ]0, \pi[.$$

- a) Determine os valores de  $x$  tais que  $f(x)=0$ .
- b) Encontre os valores de  $x$  tais que  $\log_2 1 < f(x)$ .

47. (Fgv) Resolva as seguintes equações trigonométricas:

a)  $\sin x = \sqrt{2}/2$ , onde  $0 \leq x \leq 2\pi$

b)  $\sin x = \cos 2x$ , onde  $0 \leq x \leq 2\pi$

48. (Unesp) Uma equipe de agrônomos coletou dados da temperatura (em °C) do solo em uma determinada região, durante três dias, a intervalos de 1 hora. A medição da temperatura começou a ser feita às 3 horas da manhã do primeiro dia ( $t=0$ ) e terminou 72 horas depois ( $t=72$ ). Os dados puderam ser aproximados pela função

$$H(t) = 15 + 5 \sin [(\pi/12)t + (3\pi/2)],$$

onde  $t$  indica o tempo (em horas) decorrido após o início da observação de  $H(t)$  a temperatura (em °C) no instante  $t$ .

a) Resolva a equação  $\sin [(\pi/12)t + (3\pi/2)] = 1$ , para  $t \in [0, 24]$ .

b) Determine a temperatura máxima atingida e o horário em que essa temperatura ocorreu no primeiro dia de observação.

49. (Unesp) Uma equipe de mergulhadores, dentre eles um estudante de ciências exatas, observou o fenômeno das marés em determinado ponto da costa brasileira e concluiu que o mesmo era periódico e podia ser aproximado pela expressão:

$$P(t) = (21/2) + 2\cos[(\pi/6)t + (5\pi/4)],$$

onde  $t$  é o tempo (em horas) decorrido após o início da observação ( $t = 0$ ) e  $P(t)$  é a profundidade da água (em metros) no instante  $t$ .

a) Resolva a equação,  $\cos[(\pi/6)t + (5\pi/4)] = 1$ , para  $t > 0$ .

b) Determine quantas horas após o início da observação ocorreu a primeira maré alta.

50. (Unicamp) Considere a equação trigonométrica

$$\sin^2\theta - 2\cos^2\theta + (1/2)\sin 2\theta = 0.$$

a) Mostre que NÃO são soluções dessa equação os valores de  $\theta$  para os quais  $\cos\theta = 0$ .

b) Encontre todos os valores de  $\cos\theta$  que são soluções da equação.

51. (Fuvest) Determine as soluções da equação

$$(2\cos^2x + 3\sin x)(\cos^2x - \sin^2x) = 0$$

que estão no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

52. (Fuvest) A soma das raízes da equação  $\sin^2x - 2\cos^4x = 0$ , que estão no intervalo  $[0, 2\pi]$ , é:

- a)  $2\pi$
- b)  $3\pi$
- c)  $4\pi$
- d)  $6\pi$
- e)  $7\pi$

53. (Fuvest) Se  $\alpha$  está no intervalo  $[0, \pi/2]$  e satisfaz  $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = 1/4$ , então o valor da tangente de  $\alpha$  é:

- a)  $\sqrt{3/5}$
- b)  $\sqrt{5/3}$
- c)  $\sqrt{3/7}$
- d)  $\sqrt{7/3}$
- e)  $\sqrt{5/7}$

54. (Ufsm) Considere  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = 4x^2 - 4x - \tan^2\theta$ , onde  $0 < \theta < 2\pi$ . Os valores de  $\theta$ , para os quais  $f$  assume o valor mínimo  $-4$ , são

- a)  $\{\pi/3, 2\pi/3, 4\pi/3, 5\pi/3\}$
- b)  $\{\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$
- c)  $\{\pi/5, 2\pi/5, 3\pi/5, 4\pi/5\}$
- d)  $\{\pi/6, 4\pi/6, 5\pi/6, 4\pi/3\}$
- e)  $\{\pi/7, 2\pi/7, 3\pi/7, 5\pi/7\}$

55. (Ufsm) A soma das raízes da equação  $\cos^2x + \cos x = 0$ , no intervalo  $0 < x < 2\pi$ , é

- a)  $\pi$
- b)  $4\pi$
- c)  $3\pi$
- d)  $7\pi/2$
- e)  $5\pi/2$

56. (Uel) Em relação à equação  $\cos x = \cos 2x$ , com  $x \in [0, 2\pi]$ , é correto afirmar:

- a) Possui uma solução no 3º quadrante.
- b) Possui duas soluções no 2º quadrante.
- c) Possui somente a solução nula.
- d) Uma das suas soluções é  $\pi$ .
- e) A única solução não nula é  $2\pi/3$ .

57. (Ufrj)

$$\sin^2(x^3 + 7x^2 + x + 1) + \cos^2(x^3 + 5x^2 + 2) = 1$$

Dentre os conjuntos abaixo, o que está contido no conjunto solução da equação acima é

- a)  $S = \{-1/2, 1\}$ .
- b)  $S = \{1/2, 1\}$ .
- c)  $S = \{-1, -1/2\}$ .
- d)  $S = \{-2, 1/2\}$ .
- e)  $S = \{-1, 1/2\}$ .

58. (Puc-rio) Para que valores de  $x$  vale

$$(\cos(x) + \sin(x))^4 - (\cos(x) - \sin(x))^4 = 2[(\cos(x) + \sin(x))^2 - (\cos(x) - \sin(x))^2]?$$

59. (Mackenzie) As soluções positivas de  $\sin 2x = 2 \sin^2 x$ , com  $\sin x \neq 0$ , formam uma seqüência que é uma:

- a) PA de razão  $\pi/2$  e primeiro termo  $\pi/4$ .
- b) PA de razão  $2\pi$  e primeiro termo  $3\pi/4$ .
- c) PA de razão  $\pi$  e primeiro termo  $\pi/4$ .
- d) PG de razão 3 e primeiro termo  $\pi/4$ .
- e) PG de razão 3 e primeiro termo  $3\pi/4$ .

60. (Pucrs) Se  $f$  e  $g$  são funções definidas por  $f(x) = [2\operatorname{tg}(x)]/[1+\operatorname{tg}^2(x)]$  e  $g(x) = \sin(2x)$ , o conjunto  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$  é

- a)  $\mathbb{R}$
- b)  $\mathbb{R}_+$
- c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid \operatorname{tg}(x) \neq 0\}$
- d)  $\{x \in \mathbb{R} \mid \cos(x) \neq 0\}$
- e)  $\{x \in \mathbb{R} \mid \sin(x) \neq 0\}$

61. (Ufes) Uma pequena massa, presa à extremidade de uma mola, oscila segundo a equação

$$f(t) = 8\sin(3\pi t),$$

que representa a posição da massa no instante  $t$  segundos, medida em centímetros a partir da posição de equilíbrio. Contando a partir de  $t=0$ , em que instante a massa passará pela sétima vez a uma distância  $|f(t)|$  de 4cm da posição de equilíbrio?

- a) 11/18
- b) 13/18
- c) 17/18
- d) 19/18
- e) 23/18

62. (Ufpe) Sabendo-se que  $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$  temos que os possíveis valores para  $\operatorname{tg} x$  são:

- a) 0 e -1
- b) 0 e 1
- c) 1 e 2
- d) -1 e -2
- e) -2 e 0

63. (Ita) Encontre todos os valores de  $a \in ]-\pi/2, \pi/2[$  para os quais a equação na variável real  $x$ ,  $\operatorname{arctg}[\sqrt{2} - 1 + (e^x/2)] + \operatorname{arctg}[\sqrt{2} - 1 - (e^x/2)] = a$ , admite solução.

64. (Fatec) No intervalo  $]0, \pi[$ , os gráficos das funções definidas por  $y = \sin x$  e  $y = \sin 2x$  interceptam-se em um único ponto.

A abscissa  $x$  desse ponto é tal que

- a)  $0 < x < \pi/4$
- b)  $\pi/4 < x < \pi/2$
- c)  $x = \pi/4$
- d)  $\pi/2 < x < 3\pi/4$
- e)  $3\pi/4 < x < 2\pi$

65. (Fgv) No intervalo  $[0, 2\pi]$ , a equação trigonométrica

$\sin 2x = \sin x$  tem raízes cuja soma vale:

- a)  $\pi$
- b)  $2\pi$
- c)  $3\pi$
- d)  $4\pi$
- e)  $5\pi$

66. (Mackenzie) Se  $\sin^4 x = 1 + \cos^2 x$ , então  $x$  pode pertencer ao intervalo:

- a)  $[\pi/4; 3\pi/4]$
- b)  $[0; \pi/6]$
- c)  $[\pi; 5\pi/4]$
- d)  $[\pi/6; \pi/3]$
- e)  $[5\pi/3; 2\pi]$

67. (Ufscar) Sendo  $\sin \alpha + \cos \alpha = 1/5$ ,

- a) determine  $\sin \alpha$  e  $\cos \alpha$ .
- b) represente no círculo trigonométrico todos os ângulos  $\alpha$  que satisfazem a igualdade dada.

68. (Pucrs) A solução da equação  $\cos [3x - (\pi/4)] = 0$ , quando  $0 \leq x \leq \pi/2$ , é

- a)  $\pi/4$
- b)  $-\pi/4$
- c)  $7\pi/12$
- d)  $\pi/2$
- e) 0

69. (Unesp) O conjunto de todos os pontos  $P(x, y)$  do plano, com  $y \neq 0$ , para os quais  $x$  e  $y$  satisfazem a equação  $\sin [y/(x^2+1)] = 0$  é uma

- a) família de parábolas.
- b) família de circunferências centradas na origem.
- c) família de retas.
- d) parábola passando pelo ponto  $Q(0,1)$ .
- e) circunferência centrada na origem.



70. (Ita) Prove que, se os ângulos internos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  de um triângulo satisfazem a equação  $\text{sen}(3\alpha) + \text{sen}(3\beta) + \text{sen}(3\gamma) = 0$ , então, pelo menos, um dos três ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  ou  $\gamma$  é igual a  $60^\circ$ .

71. (Uerj) A temperatura média diária,  $T$ , para um determinado ano, em uma cidade próxima ao pólo norte é expressa pela função abaixo.

$$T = 50 \text{sen} \left[ \left( \frac{2\pi}{365} \right) (t - 101) \right] + 7$$

Nessa função,  $t$  é dado em dias,  $t = 0$  corresponde ao dia  $1^\circ$  de janeiro e  $T$  é medida na escala Fahrenheit.

A relação entre as temperaturas medidas na escala Fahrenheit ( $F$ ) e as temperaturas medidas na escala Celsius ( $C$ ), obedece, por sua vez, à seguinte equação:

$$C = \left( \frac{5}{9} \right) (F - 32)$$

Em relação a esse determinado ano, estabeleça:

- o dia no qual a temperatura será a menor possível;
- o número total de dias em que se esperam temperaturas abaixo de  $0^\circ\text{C}$ .

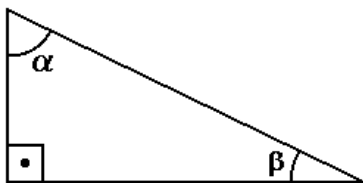
72. (Ufrj) A equação  $x^2 - 2x \cos \theta + \text{sen}^2 \theta = 0$  possui raízes reais iguais.

Determine  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

73. (Fuvest) Sabe-se que  $x = 1$  é raiz da equação

$$(\cos^2 \alpha) x^2 - (4 \cos \alpha \text{sen} \beta) x + \left( \frac{3}{2} \right) \text{sen} \beta = 0,$$

sendo  $\alpha$  e  $\beta$  os ângulos agudos indicados no triângulo retângulo da figura abaixo.



Pode-se então afirmar que as medidas de  $\alpha$  e  $\beta$  são, respectivamente,

- $\pi/8$  e  $3\pi/8$
- $\pi/6$  e  $\pi/3$
- $\pi/4$  e  $\pi/4$
- $\pi/3$  e  $\pi/6$
- $3\pi/8$  e  $\pi/8$

74. (Fuvest) Determine todos os valores de  $x$  pertencentes ao intervalo  $[0, 2\pi]$  que satisfazem a equação

$$\cos^2 2x = \left( \frac{1}{2} \right) - \text{sen}^2 x.$$

75. (Uerj) Uma população  $P$  de animais varia, aproximadamente, segundo a equação abaixo.

$$P = 800 - 100 \text{sen} \left[ \left( t + 3 \right) \frac{\pi}{6} \right]$$

Considere que  $t$  é o tempo medido em meses e que  $1^\circ$  de janeiro corresponde a  $t = 0$ .

Determine, no período de  $1^\circ$  de janeiro a  $1^\circ$  de dezembro de um mesmo ano, os meses nos quais a população de animais atinge:

- um total de 750;
- seu número mínimo.

76. (Unicamp) a) Encontre todos os valores reais de  $x$  para os quais  $-1 \leq \left[ \frac{x^2 + 4}{4x} \right] \leq 1$ .

b) Encontre todos os valores reais de  $x$  e  $y$  satisfazendo  $x^2 + 4x \cos y + 4 = 0$ .

77. (Pucpr) Sendo  $0 \leq x \leq \pi/2$ , o valor de  $x$  para que o determinante da matriz

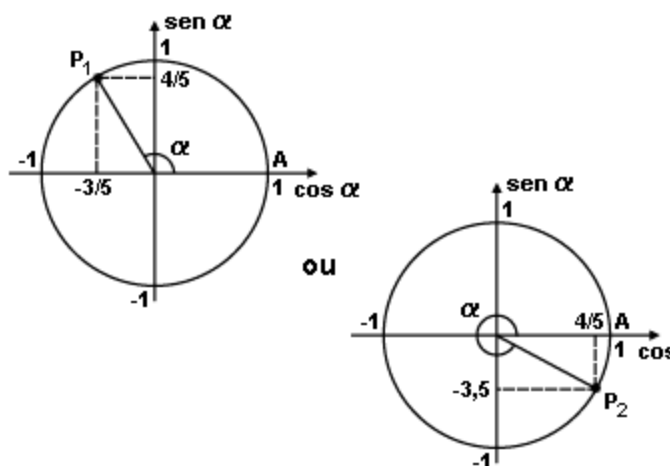
$$\begin{pmatrix} \cos x & \cos x & 1 \\ \tan x & \text{sen} x & 1 \\ \text{sen} x & \cos x & 1 \end{pmatrix}$$

seja nulo é:

- $\pi/2$
- $\pi/3$
- $\pi/6$
- $\pi/4$
- $\pi$

## GABARITO

1. 20
2.  $01 + 04 + 08 + 16 = 29$
3. a)  $\alpha = (\pi/8) + (k\pi/2), k \in \mathbb{Z}$   
b)  $((\sqrt{2}) - 2; 1)$
4.  $30^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$ .
5. Soma = 0
6. itens corretos: 04, 08 e 32  
itens incorretos: 01, 02, 16 e 64
7.  $(\pi/6; \pi/3), (\pi/6; 5\pi/3), (5\pi/6; \pi/3)$ , e  $(5\pi/6; 5\pi/3)$
8.  $\theta = 3\pi/8 + n\pi/2$
9. A
10. D
11. C
12. 47
13. D
14.  $V = \{\pi/6, 5\pi/6\}$
15. C
16. 16
17. B
18. A
19. D
20. E
21. C
22. A
23. D
24. B
25. B
26. D
27.  $S = \{0; \pi/3; \pi/2; 2\pi/3; \pi; 4\pi/3; 3\pi/2; 5\pi/3\}$
28. A
29. E
30. D
31. B
32. C
33. a)  $S(\pi/3) = 4 \cdot (1 + \sqrt{3})$   
b)  $V = \{-(5\pi)/6; -\pi/6; (7\pi)/6; (11\pi)/6\}$
34. Como  $\pi/2$  e  $3\pi/2$  não são soluções, o número de soluções da equação é o mesmo que o número de soluções da equação  $\tan(x) = -1$ , que tem 2 soluções entre 0 e  $2\pi$ .
35.  $ab = 1$
36. A
37.  $p = 2$
38.  $V = \{(\pi/3, \pi/6); (2\pi/3, \pi/6); (0, \pi/2); (\pi, \pi/2); (\pi/3, 5\pi/6); (2\pi/3, 5\pi/6)\}$
39. C
40. E
41. A
42. A
43. A
44. B
45. E
46. a)  $\pi/4$  ou  $\pi/2$  ou  $3\pi/4$   
b)  $0 < x < \pi/4$  ou  $\pi/2 < x < 3\pi/4$
47. a)  $\{\pi/4, 3\pi/4\}$   
b)  $\{\pi/6, 5\pi/6, 3\pi/2\}$
48. a) 12  
b)  $20^\circ\text{C}$  e 15 horas
49. a)  $t = -15/2 + 12 \cdot n$ , com  $n \in \mathbb{N}^*$   
b) 4,5 horas
50. a)  $\text{sen}^2\theta - 2 \cdot \text{cos}^2\theta + 1/2 \cdot \text{sen}(2\theta) = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow 1 - \text{cos}^2\theta - 2 \cdot \text{cos}^2\theta + 1/2 \cdot 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta = 0 \rightarrow$   
 $\rightarrow 1 - 3 \cdot \text{cos}^2\theta + \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta = 0$ .  
Os valores de  $\theta$ , para os quais  $\text{cos}\theta = 0$ , não são soluções da equação dada, pois, neste caso a sentença resultante é  $1 - 0 + 0 = 0$ , que é falsa.  
b)  $\square (\sqrt{2})/2$  ou  $\square (\sqrt{5})/5$ .
51.  $\{\pi/4, 3\pi/4, 7\pi/6, 5\pi/4, 7\pi/4, 11\pi/6\}$
52. C
53. B
54. A
55. C
56. A
57. E
58. A equação vale para todo x.
59. C
60. D
61. D
62. C
63.  $0 < a < \pi/4$
64. B
65. E
66. A
67. a)  $\text{sen}\alpha = 4/5$  e  $\text{cos}\alpha = -3/5$   
ou  
 $\text{sen}\alpha = -3/5$  e  $\text{cos}\alpha = 4/5$   
b)



71. a) 10 de janeiro  
 b) 243 dias
72.  $\theta = \pi/4$  ou  $3\pi/4$  ou  $5\pi/4$  ou  $7\pi/4$
73. D
74.  $S = \{ \pi/6, \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/6, 7\pi/6, 5\pi/4, 7\pi/4, 11\pi/6 \}$
75. a) Novembro e março.  
 b) Somente no mês de janeiro.
76. a)  $x = 2$  ou  $x = -2$   
 b)  $x = 2$  e  $y = \pi + h2\pi, h \in \mathbb{Z}$  ou  
 $x = -2$  e  $y = h2\pi, h \in \mathbb{Z}$
77. D

68. A

69. A

70. Sejam  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  as medidas dos ângulos internos de um triângulo ( $\alpha, \beta$  e  $\gamma \in ]0, \pi[$ ).

Temos que  $\alpha + \beta + \gamma = \pi \Leftrightarrow \gamma = \pi - \alpha - \beta$ .

$$\text{sen}(3\alpha) + \text{sen}(3\beta) + \text{sen}(3\gamma) =$$

$$\text{sen}(3\alpha) + \text{sen}(3\beta) + \text{sen}[3(\pi - \alpha - \beta)] =$$

$$2 \text{sen}[(3\alpha + 3\beta)/2] \cos[(3\alpha - 3\beta)/2] + \text{sen}[3\pi - (3\alpha + 3\beta)] =$$

$$2 \text{sen}[(3\alpha + 3\beta)/2] \cos[(3\alpha - 3\beta)/2] + \text{sen}(3\alpha + 3\beta) =$$

$$2 \text{sen}[(3\alpha + 3\beta)/2] \cos[(3\alpha - 3\beta)/2] + 2 \text{sen}[(3\alpha + 3\beta)/2] \cos[(3\alpha + 3\beta)/2] =$$

$$2 \text{sen}[(3\alpha + 3\beta)/2] \{ \cos[(3\alpha - 3\beta)/2] + \cos[(3\alpha + 3\beta)/2] \} =$$

$$2 \text{sen}[3(\alpha + \beta)/2] 2 \cos(3\alpha/2) \cos(-3\beta/2) =$$

$$4 \text{sen}[3(\pi - \gamma)/2] \cos(3\alpha/2) \cos(3\beta/2) =$$

$$4 \text{sen}[(3\pi/2) - (3\gamma/2)] \cos(3\alpha/2) \cos(3\beta/2) =$$

$$-4 \cos(3\gamma/2) \cos(3\alpha/2) \cos(3\beta/2).$$

Desse modo,

$$-4 \cos(3\gamma/2) \cos(3\alpha/2) \cos(3\beta/2) = 0$$

se, e somente se:

$$\cos(3\alpha/2) = 0$$

ou

$$\cos(3\beta/2) = 0$$

ou

$$\cos(3\gamma/2) = 0$$

O que nos dá:

$$3\alpha/2 = \pi/2 \longrightarrow \alpha = \pi/3 = 60^\circ$$

ou

$$3\beta/2 = \pi/2 \longrightarrow \beta = \pi/3 = 60^\circ$$

ou

$$3\gamma/2 = \pi/2 \longrightarrow \gamma = \pi/3 = 60^\circ$$

c.q.d.