

**GOSTARIA DE BAIXAR  
TODAS AS LISTAS  
DO PROJETO MEDICINA  
DE UMA VEZ?**

**CLIQUE AQUI**

ACESSE

**WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS**

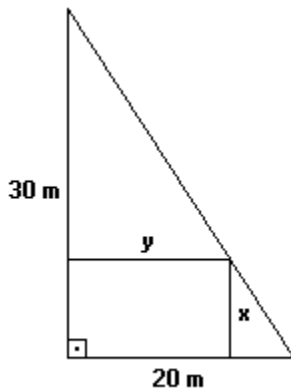


**Projeto Medicina**

## Exercícios de Matemática Equações de Terceiro Grau

1. (Unesp 89) Com elementos obtidos a partir do gráfico adiante, determine aproximadamente as raízes das equações

- a)  $f(x) = 0$   
b)  $f(x) - 2x = 0$



2. (Fuvest 92) Encontre todos os conjuntos de três números inteiros consecutivos cuja soma é igual ao seu produto.

3. (Fei 94) A soma das raízes da equação  $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$  é:

- a) 7  
b) 3  
c) 4  
d) 8  
e) 0

4. (Fei 95) A soma das raízes da equação  $x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 15x = 0$  é:

- a) - 1  
b) - 2  
c) - 3  
d) - 4  
e) - 5

5. (Unicamp 96) Encontre os valores inteiros de  $m$  para os quais a equação  $x^3 - mx^2 + mx - m^2 = 1$  tem pelo menos uma raiz inteira. Para cada um desses valores de  $m$ , ache as 3 raízes das equações (do terceiro grau) correspondentes.

6. (Uel 96) A equação  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  admite como raízes os números  $-1/2$ ,  $1/2$  e  $3$ . Nessas condições, a soma  $a+b+c$  é igual a

- a)  $3/2$   
b)  $3/4$   
c)  $-5/2$   
d)  $-11/4$   
e)  $-7/2$

7. (Uel 96) Se  $-2$  é uma das raízes da equação  $x^3 + 4x^2 + x + k = 0$ , onde  $k \in \mathbb{R}$ , o produto das outras duas raízes dessa equação é

- a) - 3  
b) - 2  
c) 2  
d) 3  
e) 6

8. (Ufmg 95) A soma dos quadrados das raízes da equação  $(3x-1)(3x^2-2x-1)=0$  é

- a) 0  
b)  $1/9$   
c)  $2/3$   
d)  $11/9$   
e)  $11/3$

9. (Ufmg 95) Seja  $P(x) = x^3 + (k-3)x^2 + (2-k)x - (6+6k)$ , onde  $k$  é um número real.

- a) Mostre que o número 3 é raiz de  $P(x)$  para todo número real  $k$ .  
b) Determine todos os valores de  $k$  para os quais as raízes de  $P(x)$  sejam todas reais.

10. (Unesp 89) A equação  $x^3 - 2x^2 - 5x + 4 = 0$  tem raízes  $x_1, x_2, x_3$ . Calcule valores numéricos para os coeficientes  $a, b, c, d$ , sabendo que as raízes de  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  são  $x_1 - 2, x_2 - 2, x_3 - 2$ .

11. (Unesp 89) Sejam  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$  e  $g(x) = f(x) - f(2)$ . Calcule as raízes de  $g(x)$ .

12. (Unesp 89) Uma das raízes da equação  $2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$  é  $x = 2$ . Pode-se afirmar que:

- a) as outras raízes são imaginárias.  
b) as outras raízes são 17 e -19.  
c) as outras raízes são iguais.  
d) as outras raízes estão entre -2 e 0.  
e) só uma das outras raízes é real.

13. (Unesp 96) Sabe-se que a unidade imaginária  $i$  é raiz do polinômio real  $p(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+2$ . Nessas condições:

- a) Determine o valor de  $a$ .  
b) encontre o conjunto solução da equação  $p(x)=0$ .

14. (Unaerp 96) A soma das raízes da equação  $x^3 - 4x = 0$  é

- a) - 2  
b) 6  
c) 5  
d) 3  
e) 0

15. (Mackenzie 96) Com as raízes da equação  $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x = 0$  formam-se  $k$  números de quatro algarismos. Então  $k$  vale:

- a) 27.  
b) 54.  
c) 81.  
d) 162.  
e) 12.

16. (Ufc 96) Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são as raízes da equação  $x^3 - 6x^2 + 10x - 8 = 0$ , encontre o valor numérico de:  $[(4/a) + (4/b) + (4/c)]^2$ .

17. (Udesc 96) As raízes do polinômio  $x^3 - 6x^2 - x + 30$   
a) somadas dão 6 e multiplicadas dão 30  
b) somadas dão - 6 e multiplicadas dão 30  
c) somadas dão 6 e multiplicadas dão - 30  
d) somadas dão - 6 e multiplicadas dão - 30  
e) são 5, - 2 e - 3

18. (Pucsp 98) No universo  $C$ , a equação

$$\begin{vmatrix} x+1 & 0 & 0 \\ -2 & x & 0 \\ 1 & -1 & x-2 \end{vmatrix} = -2$$

admite

- a) três raízes racionais.  
b) duas raízes não reais.  
c) duas raízes irracionais.  
d) uma única raiz não inteira.  
e) uma única raiz positiva.

19. (Unicamp 98) a) Qual é o valor de  $\lambda$  na equação:  $z^3 - 5z^2 + 8z - \lambda = 0$  de modo que  $z=3$  seja uma raiz dessa equação?

- b) Para esse valor de  $\lambda$ , ache as três raízes  $z_1, z_2, z_3$  dessa equação.  
c) Ache o volume do sólido obtido quando a região triangular cujos vértices são os pontos  $z_1, z_2, z_3$  gira em torno da reta de equação  $x=1$ .

20. (Pucmg 97) Na função  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ ,  $f(a) = f(b) = f(-1)$ . O valor de  $a + b$  é:

- a) 0,5  
b) 1,0  
c) 1,5  
d) 2,5  
e) 3,0

21. (Ita 98) Considere  $a, b \in \mathbb{R}$  e a equação

$$2e^{3x} + ae^{2x} + 7e^x + b = 0$$

Sabendo que as três raízes reais  $x_1, x_2, x_3$  desta equação formam, nesta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então  $a - b$  vale:

- a) 5  
b) - 7  
c) - 9  
d) - 5  
e) 9

22. (Mackenzie 97) Relativamente à equação  $x^3 + x - 7 = 0$ , considere as afirmações a seguir.

- I. Não admite raízes racionais.
- II. A única raiz real  $\alpha$  é tal que  $1 < \alpha < 2$ .
- III. A soma dos quadrados das raízes é  $-2$ .

Então:

- a) somente I e II são verdadeiras.
- b) somente I e III são verdadeiras.
- c) somente II e III são verdadeiras.
- d) todas são verdadeiras.
- e) todas são falsas.

23. (Cesgranrio 97) Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são raízes da equação  $x^3 - 10x^2 - 2x + 20 = 0$ , então o valor da expressão

$a^2bc + ab^2c$  é igual a:

- a) 400
- b) 200
- c) -100
- d) -200
- e) -400

24. (Cesgranrio 99) Resolvendo-se a equação  $x^3 - x^2 + 14x + m = 0$  encontramos as raízes  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , distintas e não nulas. Se  $m$  é igual a:

- a) - 24
- b) - 14
- c) - 12
- d) - 7
- e) - 1

25. (Ufrj 99) Encontre as raízes de

$$x^3 + 15x^2 + 66x + 80 = 0,$$

sabendo que são reais e estão em progressão aritmética.

26. (Fuvest 99) Se a equação  $6x^3 + kx^2 - 18x + 9 = 0$  tem raízes reais  $a$  e  $-a$ , então o valor de  $k$  é:

- a)  $9/4$
- b) 2
- c)  $9/8$
- d) - 2
- e) - 4

27. (Mackenzie 98) Na equação  $x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$ , de raízes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , o produto  $(a + 2)(b + 2)(c + 2)$  vale:

- a) 45
- b) 40
- c) 35
- d) 30
- e) 25

28. (Mackenzie 98) A soma dos cubos das raízes da equação  $x^3 - 2x^2 + 3x + 1 = 0$  é:

- a) 12
- b) -12
- c) -13
- d) 13
- e) 14

29. (Mackenzie 98) Se  $k$  e  $p$  são, respectivamente, a soma e o produto das raízes da equação  $4x^5 - 2x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ , então  $k + p$  vale:

- a) -4
- b)  $-2/5$
- c)  $+1/4$
- d)  $-1/4$
- e)  $5/2$

30. (Unb 98) Julgue os itens seguintes, relativos às soluções das equações apresentadas.

(1) A equação  $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 0$  possui duas soluções complexas.

(2) A equação  $(x + 177)^2 - (x - 177)^2 = 708x$  tem, no máximo, duas soluções reais distintas.

(3) A equação  $2x - 1 = \sqrt{(x)^2}$  tem exatamente duas soluções reais.

(4) Se  $x \in \mathbb{R}$  é solução da equação  $x^2 + x - 1 = 0$ , então  $x$  é também solução de  $x^3 - 2x + 1 = 0$ .

(5) A equação  $x^2 - y^2 = 31$  admite um único par  $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  como solução.

31. (Puccamp 98) Sabe-se que a equação  $2x^3 + x^2 - 6x - 3 = 0$  admite uma única raiz racional e não inteira. As demais raízes dessa equação são

- a) irracionais e positivas.
- b) irracionais e de sinais contrários.
- c) inteiras e de sinais contrários.
- d) inteiras e positivas.
- e) não reais.

32. (Uel 98) Dada a equação  $x^3+6x^2-4x+t=0$ , cujos coeficientes são números inteiros, sabe-se que uma de suas raízes é a média aritmética das outras duas. O produto das raízes dessa equação é

- a) 36
- b) 24
- c) 12
- d) - 24
- e) - 36

33. (Unicamp 99) a) Resolva a equação:  $x^4 - 5x - 6 = 0$ .

b) Mostre que, se a e b são números reais e se não são ambos nulos, então as raízes da equação  $x^4 + ax + b = 0$  não podem ser todas reais.

34. (Puccamp 96) Sobre as raízes da equação  $3x^3 - 5x^2 - 2x = 0$ , é verdade que

- a) são todas inteiras.
- b) a menor delas é - 2.
- c) a maior delas é  $2/3$ .
- d) somente uma delas é irracional.
- e) somente uma delas é negativa.

35. (Pucsp 99) Sabe-se que o número complexo  $1 - i$  é raiz da equação  $2x^3-3x^2+kx+t=0$ , na qual k e t são constantes reais. O produto das raízes dessa equação é

- a) -1
- b) -1/2
- c) 1/2
- d) 1
- e) 2

36. (Ufsm 99) Sabendo que uma das raízes da equação  $2x^3-3x^2-x+m=0$  é solução de  $\text{sen}(\pi \theta/6)=1$ , com  $0 \leq \theta \leq \pi$ , então o produto das raízes da equação polinomial é

- a) -1/2
- b) 3/2
- c) 12
- d) 16
- e) 24

37. (Mackenzie 99) Se a soma dos quadrados das raízes da equação  $x^3-Kx^2-x+K=0$ ,  $K>0$ , é 11, então a maior raiz da mesma é:

- a) 2K
- b)  $K/3$
- c)  $K/2$
- d) -K
- e) K

38. (Mackenzie 99) Se  $1 + i$  é raiz da equação  $x^3 - 4x^2 + Kx + t = 0$ , com K e t números reais, então  $K+t$  vale:

- a) -6
- b) 6
- c) -4
- d) 4
- e) 2

39. (Unioeste 99) Sabendo que uma das raízes da equação  $x^3-5x^2+8x-6=0$  é o número complexo  $1-i$ , podemos concluir que:

- 01.  $1+i$  também é raiz da equação.
- 02.  $-1+i$  também é raiz da equação.
- 04. A equação não possui raízes reais.
- 08. A soma das raízes é 7.
- 16. A soma dos quadrados das raízes é 9.
- 32. O produto das raízes é um número real.

40. (Puccamp 2000) As raízes da equação  $x^3 - 15x^2 + 71x + m = 0$ , na qual m é um número real, são números ímpares e consecutivos. Nessas condições, o produto das raízes dessa equação é

- a) 315
- b) 105
- c) 15
- d) 3
- e) -3

41. (Ufrj 2001) Determine todas as raízes  $x^3+2x^2-1=0$

42. (Uff 2001) Uma fábrica utiliza dois tanques para armazenar combustível. Os níveis de combustível,  $H_1$  e  $H_2$ , em cada tanque, são dados pelas expressões:

$$H_1(t) = 150t^3 - 190t + 30 \text{ e } H_2(t) = 50t^3 + 35t + 30,$$

sendo  $t$  o tempo em hora.

O nível de combustível de um tanque é igual ao do outro instante inicial ( $t=0$ ) e, também, no instante:

- a)  $t = 0,5$  h
- b)  $t = 1,0$  h
- c)  $t = 1,5$  h
- d)  $t = 2,0$  h
- e)  $t = 2,5$  h

43. (Fuvest 2001) Considere dois números reais  $\lambda$  e  $\mu$  tais que  $\lambda \neq -1$ ,  $\mu \neq 1$  e  $\lambda \mu \neq 0$ .

- a) Determine uma relação entre  $\lambda$  e  $\mu$ , para que as equações polinomiais  $\lambda x^3 - \mu x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$  e  $\lambda x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$  possuam uma raiz comum.
- b) Nesse caso, determine a raiz comum.

44. (Fatec 2002) Foi apresentado a um exímio calculista, conhecido como o "homem que calculava", o sistema de equações

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 37/30 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 1/2 \\ x_1x_2x_3 = 1/15 \end{cases}$$

e ele rapidamente respondeu:

"Uma solução do sistema é  $x_1 = 1/3$ ;  $x_2 = 1/2$ ;  $x_3 = 2/5$ ".

Em seguida perguntaram-lhe: qual a soma dos quadrados das raízes da equação  $30x^3 - 37x^2 + 15x - 2 = 0$ ?

De pronto, ele respondeu corretamente.

A sua resposta foi:

- a)  $7/300$
- b)  $47/450$
- c)  $101/600$
- d)  $437/750$
- e)  $469/900$

45. (Ita 2002) Sabendo que a equação

$$x^3 - px^2 = n^y, \quad p, n > 0, n \neq 1, y \in \mathbb{N},$$

possui três raízes reais positivas  $b$ ,  $a$  e  $t$ , então  $\log_n [abt (a^2 + b^2 + t^2)^{a+b+t}]$

é igual a

- a)  $2y + p \log_n p$ .
- b)  $y + 2p \log_n p$ .
- c)  $y + p \log_n p$ .
- d)  $y - p \log_n p$ .
- e)  $y - 2p \log_n p$ .

46. (Ufsm 2001) Se -1 e 5 são duas raízes da equação  $x^3+ax^2+3x+b=0$ , então a e b valem, respectivamente, \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_, e a outra raiz da equação é \_\_\_\_\_.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas.

- a) - 6; - 10; 2
- b) - 6; - 10; - 2
- c) 6; - 10; - 2
- d) 6; 10; - 2
- e) - 6; 10; 2

47. (Ufv 2001) Se 1 é uma das raízes da equação  $x^3-6x^2+11x-6=0$ , então a SOMA das outras duas raízes é:

- a) 5
- b) - 1
- c) 0
- d) 1
- e) - 5

48. (Pucpr 2001) Sabe-se que 2 e  $3 - i$  são raízes do polinômio  $x^3+ax^2+bx+c=0$ , onde a, b e c são números reais.

O valor de c é:

- a) 4
- b) - 16
- c) - 8
- d) 8
- e) - 20

49. (Puc-rio 2001) Quais as soluções de  $x(x^2-4x+4)=1$ ?

50. (Ufpi 2000) Assinale a alternativa que corresponde à equação cujas raízes são as recíprocas (inversas) das raízes da equação  $5x^3-x^2-85x+17=0$ .

- a)  $x^3 - 5x^2 - 17x + 85 = 0$
- b)  $5x^3 - 85x^2 - x + 17 = 0$
- c)  $85x^3 - 5x^2 - 17x + 1 = 0$
- d)  $17x^3 - 85x^2 - x + 5 = 0$
- e)  $x^3 - 17x^2 - 5x + 85 = 0$

51. (Ufal 2000) Se os conjuntos A e B são tais que  $A=\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2-25)^3=0\}$  e  $B=\{x \in \mathbb{N} \mid 4/3 < x < 20/3\}$ , então é verdade que

- a)  $A \subset B$
- b)  $A = B$
- c)  $A \cap B = \emptyset$
- d)  $A \cap B = \{5\}$
- e)  $A \cup B = A$

52. (Uel 2000) Sabendo-se que as raízes da equação  $x^3-3x^2-6x+8=0$  formam uma progressão aritmética, é correto concluir que a

- a) menor delas é -2.
- b) menor delas é -1.
- c) maior delas é 1.
- d) maior delas é 2.
- e) maior delas é 3.

53. (Uerj 2001)  $x^3 + x + 10 = 0$

$$x^3 - 19x - 30 = 0$$

As equações acima, em que  $x \in \mathbb{C}$ , têm uma raiz comum.

Determine todas as raízes não-comuns.

54. (Ita 2003) Seja  $k \in \mathbb{R}$  tal que a equação  $2x^3 + 7x^2 + 4x + k = 0$  possua uma raiz dupla e inteira  $x_1$  e uma raiz  $x_2$ , distinta de  $x_1$ . Então,  $(k + x_1)x_2$  é igual a:

- a) - 6
- b) - 3
- c) 1
- d) 2
- e) 8

55. (Fgv 2003) A equação  $x^3 - 3x^2 + 4x + 28 = 0$  admite - 2 como raiz.

As outras raízes satisfazem a equação:

- a)  $x^2 - 4x + 14 = 0$
- b)  $x^2 - 5x + 14 = 0$
- c)  $x^2 - 6x + 14 = 0$
- d)  $x^2 - 7x + 14 = 0$
- e)  $x^2 - 8x + 14 = 0$

56. (Ita 2000) Sendo 1 e  $1+2i$  raízes da equação  $x^3+ax^2+bx+c=0$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais, então

- a)  $b + c = 4$
- b)  $b + c = 3$ .
- c)  $b + c = 2$ .
- d)  $b + c = 1$ .
- e)  $b + c = 0$ .

57. (Fgv 95) Sobre as raízes da equação  $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ , é verdade que

- a) nenhuma delas é real.
- b) exatamente duas delas são negativas.
- c) somente uma delas é irracional.
- d) as três são números inteiros.
- e) pertencem ao intervalo  $[-1, 1]$ .

58. (Uflavras 2000) Os valores de "a" na matriz adiante,

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$$

que satisfazem  $f(\det M) = 0$ , para  $f(X) = X + a$ , são

- a) -1, 1
- b) 0, -1
- c) 0, 1
- d) 0, 2
- e) -2, 2



## GABARITO

1. a)  $V = \{ 5/2, 5, 7 \}$   
 b)  $V = \{ 3/2 \}$

2.  $\{-1; 0; 1\}, \{-3; -2; -1\}$  e  $\{1; 2; 3\}$

3. [A]

4. [E]

5.  $m = 0 \rightarrow V = \{ 1, (-1 + i\sqrt{3})/2, (-1 - i\sqrt{3})/2 \}$   
 $m = -3 \rightarrow V = \{ -2, (-1 + \sqrt{21})/2, (-1 - \sqrt{21})/2 \}$

6. [C]

7. [A]

8. [D]

9. a)  $P(3) = 0$

b)  $\{ k \in \mathbb{R} / k \leq 4 - 2\sqrt{6} \text{ ou } k \geq 4 + 2\sqrt{6} \}$

10. Para  $a = 1$ , temos:  $b = 4, c = -1$  e  $d = 6$   
 Para  $a = 2$ , temos:  $b = 8, c = -2$  e  $d = 12$

11.  $V = \{ 2; -3 + 11i/2; -3 - 11i/2 \}$

12. [D]

13. a)  $a = -3$

b)  $S = \{-i, i, 1, 2\}$

14. [E]

15. [B]

16. 25

17. [C]

18. [C]

19. a) 6

b)  $1 + i, 1 - i, 3$

c)  $8\pi/3$

20. [D]

21. [D]

22. [D]

23. [D]

24. [A]

25.  $a = -2, b = -5$  e  $c = -8$

26. [E]

27. [B]

28. [C]

29. [D]

30. V F F V V

31. [B]

32. [B]

33. a)  $V = \{-1, 2, -1/2 + (\sqrt{11}/2)i, -1/2 - (\sqrt{11}/2)i\}$

b) A equação  $x^4 + ax + b = 0$  admite, no máximo, uma raiz nula, pois  $a$  e  $b$  não são ambos nulos. Vamos provar que a equação  $x^4 + ax + b = 0$  admite, no máximo, duas raízes reais.

Se os números reais,  $p$  e  $q$  forem raízes, então a equação  $x^4 + ax + b = 0$  pode ser fatorada na forma  $(x-p)(x-q)[x^2 + (p+q)x + (p^2 + pq + q^2)] = 0$  pois, de acordo com o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

1	0	0	a	b	p
1	p	p <sup>2</sup>	p <sup>3</sup> +a	p <sup>4</sup> +ap+b=0	q
1	p+q	p <sup>2</sup> +pq+q <sup>2</sup>	q <sup>3</sup> +pq <sup>2</sup> +p <sup>2</sup> q+p <sup>3</sup> +a=0		

A equação  $x^2+(p+q)x+(p^2+pq+q^2)=0$  não admite raízes reais, pois 54. [B]

$$\Delta = (p + q)^2 - 4(p^2 + pq + q^2) = -3p^2 - 3q^2 - 2pq = 55. [B]$$

$= -2(p^2 + q^2) - (p + q)^2 < 0$  quaisquer que sejam  $p$  e  $q$  não simultaneamente nulos. 56. [C]

34. [E] 57. [E]

35. [A] 58. [C]

36. [C]

37. [E]

38. [E]

39. V F F F V V

40. [B]

41.  $-1, (-1+\sqrt{5})/2$  e  $(-1-\sqrt{5})/2$ .

42. [C]

43. a)  $\mu + 2\lambda = 0$

b)  $-1$

44. [E]

45. [B]

46. [E]

47. [A]

48. [E]

49.  $1$  e  $(3 \pm \sqrt{5})/2$

50. [D]

51. [D]

52. [A]

53.  $x = 1 + 2i$  ou  $x = 1 - 2i$   
 $x = 5$  ou  $x = -3$