

**GOSTARIA DE BAIXAR
TODAS AS LISTAS
DO PROJETO MEDICINA
DE UMA VEZ?**

CLIQUE AQUI

ACESSE

WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS



Projeto Medicina

Exercícios de Matemática

Fatoração

1) (Vunesp-2003) Por hipótese, considere
 $a = b$

Multiplique ambos os membros por a

$$a^2 = ab$$

Subtraia de ambos os membros b^2

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

Fatore os termos de ambos os membros

$$(a+b)(a-b) = b(a-b)$$

Simplifique os fatores comuns

$$(a+b) = b$$

Use a hipótese que $a = b$

$$2b = b$$

Simplifique a equação e obtenha

$$2 = 1$$

A explicação para isto é:

a) a álgebra moderna quando aplicada à teoria dos conjuntos prevê tal resultado.

b) a hipótese não pode ser feita, pois como $2 = 1$, a deveria ser $(b + 1)$.

c) na simplificação dos fatores comuns ocorreu divisão por zero, gerando o absurdo.

d) na fatoração, faltou um termo igual a $-2ab$ no membro esquerdo.

e) na fatoração, faltou um termo igual a $+2ab$ no membro esquerdo.

2) (Vunesp-2000) A expressão $\frac{4x+8}{x^2+3x+2} + \frac{3x-3}{x^2-1}$, para $x \neq \pm 1$, $x \neq -2$, é equivalente a

a) $\frac{4}{x+1} - \frac{3}{x-1}$

b) $\frac{1}{x+1}$

c) $\frac{7}{x+1}$

d) $\frac{4}{x+1} + \frac{3}{x-1}$

e) $\frac{1}{x-1}$

3) (UNIFOR-0) A expressão $(x-1)^2 + (x-1)^3$ é equivalente a:

a) $x^3 + x^2 - 2$

b) $x^3 + 2x^2 + 1$

c) $x^3 - 2x^2 + x$

d) $(x-1)^5$

e) $x^3 + x^2 - 2x$

4) (Unicamp-2004) Sejam a e b números inteiros e seja $N(a, b)$ a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b .

a) Calcule $N(3, 9)$.

b) Calcule $N(a, 3a)$ e diga qual é o algarismo final de $N(a, 3a)$ para qualquer $a \in \mathbb{Z}$.

5) (Uneb-0) O valor da expressão $\frac{2^{20} \cdot 3^{17} + 6^{17} \cdot 3}{2^{15} \cdot 3^{17} + 6^{15} \cdot 2}$ é:

a) 12

b) 48

c) 6

d) 1

e) 36

6) (UFV-2005) Simplificando-se a expressão $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$.

$\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$, onde x e y são números positivos e distintos, obtém-se:

a) $\frac{1}{x}$

b) $2y$

c) xy

d) $\frac{1}{y}$

e) $2x$

7) (UFSCar-2009) Se $2^{2008} - 2^{2007} - 2^{2006} + 2^{2005} = 9^k \cdot 2^{2005}$, o valor de k é

a) $\frac{1}{\log 3}$

b) $\frac{1}{\log 4}$

c) 1

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{3}$

8) (UFSCar-2000) Sejam m e n dois números reais. A desigualdade $m^2 + n^2 \geq 2mn$ vale

a) somente para $m \geq 0, n \geq 0$.

b) para todos os m e n reais.

c) somente para $m \geq 0, n \geq 0$.

d) somente para $m = n = 0$.

e) somente para m e n inteiros.

9) (UFPA-1998) O número 3 pode ser cancelado, sem mudar o valor da fração, na expressão:

- a) $\frac{x+3}{y-3}$
- b) $\frac{3x-y}{3}$
- c) $\frac{3x+3}{3y}$
- d) $\frac{x/3}{3/y}$
- e) $\frac{3+x}{3+y}$

10) (UFMG-1999) Considere o polinômio $p(x) = (x-1)(x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4)$. O polinômio $p(x)$ é igual a:

- a) $x^4(x^3-1)(x^3+1)$
- b) $x^4(x^6-2x^4+1)$
- c) $x^4(x^3-1)^2$
- d) $x^4(x^6-2x^2+1)$

11) (UFC-2004) O valor exato de

$$\sqrt{32+10\sqrt{7}} + \sqrt{32-10\sqrt{7}} \text{ é:}$$

- a) 12
- b) 11
- c) 10
- d) 9
- e) 8

12) (UERJ-2005) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:

$$a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b).(a^2 - ab + b^2)$$

Considerando essas identidades, calcule os valores numéricos racionais mais simples das expressões:

- a) $(57, 62)^2 - (42, 38)^2$;
- b) $\cos^6 15^\circ + \sin^6 15^\circ$.

13) (UECE-2005) Considerando o universo dos números reais, a desigualdade $m^2 + n^2 \geq 2mn$ é verdadeira:

- a) Somente para números inteiros
- b) Somente quando $m \geq n$
- c) Para todos os números reais
- d) Para todos os números positivos, exclusivamente

14) (Olimpíada de Matemática Argentina-1987) Sabendo que x é um número positivo e que $(x + x^{-1})^2 = 7$, calcular $x^3 + x^{-3}$.

15) (OBM-1998) Elevei um número positivo ao quadrado, subtraí do resultado o mesmo número e o que restou dividi ainda pelo mesmo número. O resultado que achei foi igual:

- a) ao próprio número
- b) ao dobro do número
- c) ao número menos 1
- d) à raiz quadrada do número.
- e) ao número mais 1.

16) (Mack-2007) Qualquer que seja x não nulo, tal que

$$|x| \neq 1, \text{ a expressão } \frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}} \text{ é sempre igual a}$$

- a) $\frac{1}{x}$
- b) $2x$
- c) $x+2$
- d) 1
- e) 2

17) (Mack-2006) A fração $\frac{2^{98} + 4^{50} - 8^{34}}{2^{99} - 32^{20} + 2^{101}}$ é igual a

- a) 1
- b) $\frac{11}{6}$
- c) 2
- d) $\frac{5}{2}$
- e) $\frac{7}{4}$

18) (Mack-2006) Se x e y são números inteiros e positivos, tais que $x^2 - y^2 = 17$, então

- a) x e y são primos entre si.
- b) $x = 2y$
- c) $x \cdot y = 30$
- d) $x = 3y$
- e) $|x - y| = 2$

19) (Mack-2005) Se as raízes reais a e b da equação $3x^2 + 2x + k = 0$ são tais que $a^2 + b^2 = 1$, então o valor de k é:

- a) $-\frac{7}{6}$

- b) $\frac{5}{8}$
 c) $-\frac{5}{6}$
 d) $\frac{6}{7}$
 e) $-\frac{2}{3}$

20) (Mack-2005) A implicação verdadeira, quaisquer que sejam os números reais e distintos x e y , tais que $x^2 + x = y^2 + y$, é:

- a) $x \leq 1 \Rightarrow y \geq 0$
 b) $x < 0 \Rightarrow y < 0$
 c) $x \leq -1 \Rightarrow y \geq 0$
 d) $x > 1 \Rightarrow y > 1$
 e) $x \geq 1 \Rightarrow y \geq 0$

21) (Mack-2002) Qualquer que seja o natural n , $(2^{n+1} + 2^n) \cdot (3^{n+1} - 3^n) \div 6^n$ é sempre igual a:

- a) 6^n
 b) 6^{n+1}
 c) $\frac{1}{6}$
 d) 1
 e) 6

22) (Mack-2002) O valor de $\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}$ para $x = 111$ e $y = 112$ é:

- a) 215
 b) 223
 c) 1
 d) -1
 e) 214

23) (Mack-2002) Se $(x - y)^2 - (x + y)^2 = -20$, então $x \cdot y$ é igual a:

- a) -1
 b) 0
 c) 10
 d) 5
 e) $\frac{1}{5}$

24) (Mack-1996) Se $x^2 + 8x + 8 \log_2 k$ é um trinômio quadrado perfeito, então $k!$ vale:

- a) 6
 b) 24
 c) 120

- d) 720
 e) 2

25) (IBMEC-2005) Considere o polinômio $p(x) = -x^3 - 4x + 5x^2 + 20$.

- a) Fatore a expressão $ax + bx + ay + by$.
 b) Determine as três raízes de $p(x)$.

26) (IBMEC-2005) No bolso de uma pessoa havia X cédulas de Y reais e Y cédulas de X reais. Se esta pessoa colocar neste bolso mais X cédulas de X reais e Y cédulas de Y reais, então esta pessoa terá no bolso

- a) $(X + Y)^2$ reais.
 b) $(X - Y)^2$ reais.
 c) $(X^2 + Y^2)$ reais.
 d) $(X^2 - Y^2)$ reais.
 e) $(X^2 + Y^2)^2$ reais.

27) (Fuvest-1990) a) Se $x + \frac{1}{x} = b$, calcule $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

b) Resolva a equação $x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

28) (Fuvest-1984) O valor da expressão $a^3 - 3a^2x^2y^2$, para $a = 10$, $x = 2$ e $y = 1$, é:

- a) 100
 b) 50
 c) 250
 d) -150
 e) -200

29) (Fuvest-1982) a) Fatorar $a^4 + a^2 + 1$.

b) Para que valores inteiros positivos de a o número $a^4 + a^2 + 1$ é primo?

30) (Fuvest-1987) A diferença entre o cubo da soma de dois números inteiros e a soma de seus cubos pode ser:

- a) 4
 b) 5
 c) 6
 d) 7
 e) 8

31) (Fuvest-1984) Seja $r = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

a) Escreva $\sqrt{6}$ em função de r .

b) Admitindo $\sqrt{6}$ irracional, prove que r também é irracional.

32) (Fuvest-1980) O valor da expressão $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ é:

- a) $\sqrt{2}$
- b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- c) 2
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $\sqrt{2} + 1$

33) (Fuvest-1998) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 21. Um dos possíveis valores da soma dos quadrados desses dois números é:

- a) 29
- b) 97
- c) 132
- d) 184
- e) 252

34) (FMTM-2005) Sejam p e q inteiros positivos ($p > q$), e f uma função de \mathbb{R}_+ em \mathbb{R} definida por $f(x) = \sqrt{x}$. O valor

de $\frac{p-q}{f(p)-f(q)}$ é igual a

- a) $p \cdot f(p) + q \cdot f(q)$
- b) $p \cdot f(q) + q \cdot f(p)$
- c) $f(p) + f(q)$
- d) $f(p) - f(q)$
- e) $f(p) \cdot f(q)$

35) (FGV-2003) Simplificando-se a fração $\frac{m^2 + m}{5m^2 + 10m + 5}$ obtém-se:

- a) $\frac{1}{11}$
- b) $\frac{m}{5(m+1)}$
- c) $\frac{m}{5(m-1)}$
- d) $\frac{m+1}{5m}$
- e) $\frac{m-1}{5m}$

36) (Fatec-1988) Se os números x e y são tais que

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}, \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

- a) $\frac{2}{7}$
- b) $\frac{x+2}{x+3}$
- c) $\frac{x+1}{x+3}$
- d) $\frac{x}{x+1}$
- e) $\frac{2x+1}{3(x+1)}$

37) (Fatec-2002) Para todo número real x , a expressão

$$\frac{(x-2)(x^3+8)}{x^2-2x+4} \text{ é equivalente a}$$

- a) $x^2 + 2x - 4$
- b) $(x-2)^2$
- c) $(x+2)^2$
- d) $x^2 - 4$
- e) $x^2 + 4$

38) (Fatec-2003) O valor da expressão $y = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$

, para $x = \sqrt{2}$, é

- a) $\sqrt{2} - 2$
- b) $\sqrt{2} + 2$
- c) 2
- d) -0,75
- e) $\frac{-4}{3}$

39) (Fatec-2002) Sabe-se que $a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40$ e $a - b - c = 10$ com a , b e c números reais. Então o valor de $a + b + c$ é igual a

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 10
- e) 20

40) (CPCAR-2002) Simplificando a expressão

$$\frac{\left[1 - \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}\right] \cdot x^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}, \text{ com } x > y > 0, \text{ obtém-se}$$

- a) $x - y$
- b) $x + y$
- c) $y - x$

d) xy

41) (CPCAR-2002) Se $\left(n + \frac{1}{n}\right)^2 = 3$, então $n^3 + \frac{1}{n^3}$ vale

a) 0

b) $3\sqrt{3}$

c) $6\sqrt{3}$

d) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

42) (CPCAR-2003) Se a e b são números reais não nulos,

$$(a^2b + ab^2) \cdot \frac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}},$$

então, simplificando a expressão obtém-se

a) $a + b$

b) $a^2 + ab + b^2$

c) $a^2 + b^2$

d) $b - a$

43) (Cesgranrio-1990) Simplificando $\frac{4x^3 - x}{2x + 1}$, obtemos:

a) $x^2 + 1$

b) $x^2 - 1$

c) $2x^2 - 1$

d) $2x^2 - x$

e) $2x^2 + 1$

44) (AFA-1999) Se $x + \frac{1}{x} = 2$, então, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 6.

d) 8.

Gabarito

1) Alternativa: C

2) Alternativa: C

3) Alternativa: C

4) a) $N(3, 9) = 90$.
b) $N(a, 3a) = 10a^2$ e o algarismo final é sempre 0.

5) Alternativa: E

6) Alternativa: D

7) Alternativa: D

8) Alternativa: B

9) Alternativa: C

10) Alternativa: A

11) Alternativa: C

12) a) $(57,62 + 42,38) \times (57,62 - 42,38) = (100) \times (15,24)$
 $= 1.524$

b)

$$(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ)(\cos^4 15^\circ - \cos^2 15^\circ \times \sin^2 15^\circ + \sin^4 15^\circ) =$$

$$(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ)^2 - 3 \cos^2 15^\circ \times \sin^2 15^\circ =$$

$$1 - 3 \times (\cos 15^\circ \times \sin 15^\circ)^2 =$$

$$1 - 3 \times \left(\frac{\sin 30^\circ}{2} \right)^2 = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$$

13) Alternativa: C

14)

$x^3 + x^{-3} = (x + x^{-1})(x^2 - 1 + x^{-2}) = \sqrt{7}[(x + x^{-1})^2 - 3] = 4\sqrt{7}$ Alternativa: C
, pois x positivo.

15) Começando com um número x, elevando ao quadrado obtenho x^2 , subtraindo x obtenho $x^2 - x$, dividindo por x obtenho $\frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x - 1)}{x} = x - 1$, uma vez que $x \neq 0$.

Logo alternativa C.

16) Alternativa: E

17) Alternativa: B

18) Alternativa: A

19) Alternativa: C

20) Alternativa: C

21) Alternativa: E

22) Alternativa: B

23) Alternativa: D

24) Alternativa: B

25) a) $(a + b)(x + y)$
b) $\{2i, -2i, 5\}$

26) Alternativa: A

27) a) $x^2 + \frac{1}{x^2} = b^2 - 2$
b) $S = \left\{ 1, \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right\}$

28) Alternativa: E

29) a) $a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$ (dica: some e subtraia a^2)
b) Se $a^4 + a^2 + 1$ for o número primo p, então $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = p$, pois os números primos são divisíveis apenas por 1 e por si mesmo. Como a é inteiro e positivo, temos que $(a^2 + a + 1) > (a^2 - a + 1)$ e portanto:

$$\begin{cases} a^2 + a + 1 = p \\ a^2 - a + 1 = 1 \end{cases}$$

Da 2ª equação, temos que $a^2 - a = 0$ portanto $a = 0$ ou $a = 1$. Substituindo ambos os valores na 1ª equação, temos que para $a = 0$, $p = 1$ e 1 não é primo; e para $a = 1$, $p = 3$ que é primo. Então, para $a = 1$ temos $a^4 + a^2 + 1$ um número primo.

30) Alternativa: C

$$\sqrt{6} = \frac{r^2 - 5}{2}$$

31) a)
b) Vamos lembrar que quaisquer das 4 operações entre racionais não nulos resulta em outro racional. Então, vamos supor que r seja racional e analisar as conseqüências disso: Se r for racional, então r^2 também será (é um produto de racionais), $r^2 - 5$ também será (subtração de racionais), e

finalmente, $\frac{r^2 - 5}{2}$ também será (divisão de racionais).

Porém, sabemos do item a que $\sqrt{6} = \frac{r^2 - 5}{2}$, ou seja, se r for racional, $\sqrt{6}$ também será, contrariando a premissa inicial de que $\sqrt{6}$ é irracional (absurdo!). Desta forma, r não pode ser racional e é, portanto, irracional.

32) Alternativa: A

33) Alternativa: A

34) Alternativa: C

35) Alternativa: B

36) Alternativa: D

37) Alternativa: D

38) Alternativa: A

39) Alternativa: C

40) Alternativa: A

41) Alternativa: A

42) Alternativa: B

43) Alternativa: D

44) Alternativa: B