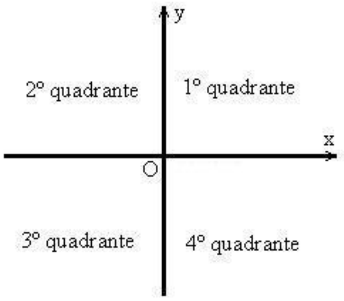
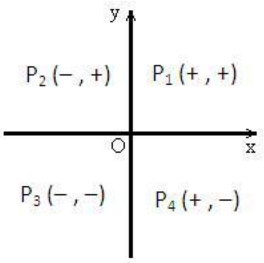
# RESUMO TEÓRICO

Geometria Analítica

**Plano Cartesiano**



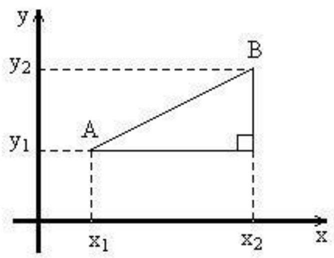

O(0,0) é a origem.
*Ox* é o eixo das abscissas.
*Oy* é o eixo das ordenadas.
Um ponto P(x,y) tem coordenadas (x,y) em que *x* é a abscissa e *y* a ordenada.




**Distância entre dois pontos**

A distácia $d_{AB}$ entre os pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ é

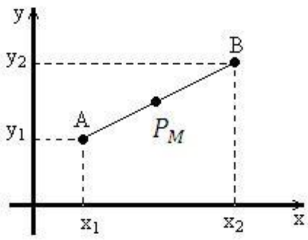
$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$




**Ponto Médio**

O ponto médio $P_M$ dos pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ é

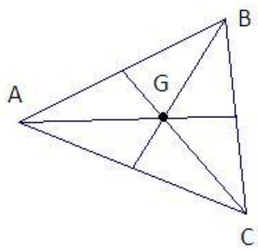
$$P_M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$




**Baricentro**

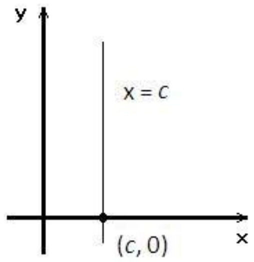
O baricentro G dos pontos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ é

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

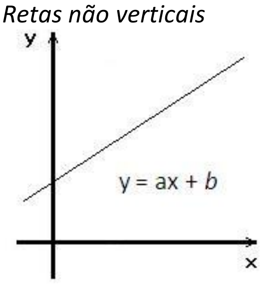


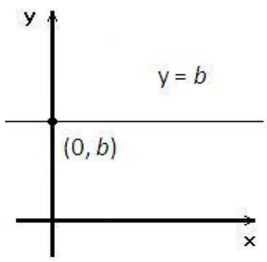

**Retas**

*Retas verticais*




*Retas não verticais*




Dizemos que y = *ax* + *b* é a *equação reduzida* da reta e não representa retas verticais. A expressão Ax + By + C = 0 é a *equação geral* da reta e representa qualquer reta.

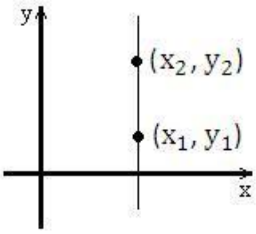
**Equação da reta**

**a) Reta que passa por dois pontos**

Sejam $x_1 \neq x_2$. Para encontrar a equação da reta $y = ax + b$ que passa por $(x_1, y_1)$ e $(x_2, y_2)$, basta resolver o sistema

$$\begin{cases} y_1 = ax_1 + b \\ y_2 = ax_2 + b \end{cases}$$

Se $(x_1, y_1)$ e $(x_2, y_2)$ pertencem à reta com $x_1 = x_2$ e $y_1 \neq y_2$, então a reta é vertical e sua equação é $x = x_1$.




**b) reta que passa por um ponto e a declividade é conhecida.**

Sejam P(x, y) um ponto genérico, $(x_1, y_1)$ um ponto fixado e $a$ a declividade da reta. Então

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

**Retas paralelas e retas percendiculares**

Dada a reta $y = ax + b$, a declividade vale

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

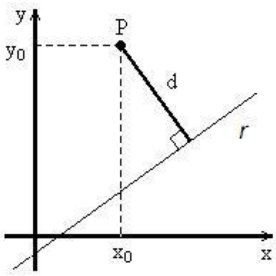
Se $y = a_r x + b_r$ e $y = a_s x + b_s$ são paralelas, então $a_r = a_s$.

Se $y = a_r x + b_r$ e $y = a_s x + b_s$ são perdiculares, então $a_r a_s = -1$.

**Distância entre ponto e reta**

A distância $d$ entre a reta $Ax + By + C = 0$ e o ponto $P(x_0, y_0)$ é

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

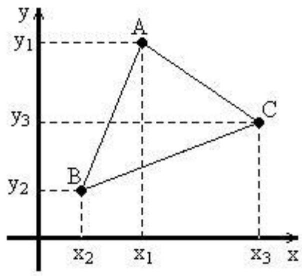



**Área do triângulo**

A área do triângulo de vértices $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ é

$$A = \frac{1}{2}\left\| \begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix} \right\|$$

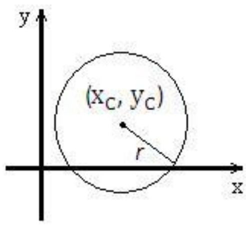
Note que se a A = 0, então os pontos estão alinhados.




**Equação da circunferência**

A equação da circunferência de raio $r$ e centro $C(x_C, y_C)$ é

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$$




*Observação*

Para verificar se $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ representa uma circunferência, completamos os quadrados. Como, necessariamente, A = B e C = 0

$$Ax^2 + Dx + Ay^2 + Ey + F = 0$$

$$x^2 + \frac{D}{A}x + y^2 + \frac{E}{A}y + \frac{F}{A} = 0$$

$$\left(x + \frac{D}{2A}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2A}\right)^2 = -\frac{F}{A} + \left(\frac{D}{2A}\right)^2 + \left(\frac{E}{2A}\right)^2$$