RESUMO TEÓRICO – PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Definição

Dizemos que uma sequência (a_1, a_2, ...) é uma progressão geométrica (PG) se o quociente entre dois termos quaisquer da sequência é uma constante q

$$q = \frac{a_{i+1}}{a_i}$$

Chamamos q de razão e o *n*-ésimo termo da sequência é

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

Dica

Em exercícios, é usual considerarmos

$$\left(\ldots, \frac{\mathrm{x}}{q}, \mathrm{x}, \mathrm{x}q, \ldots\right)$$

Propriedade 1

Se (a_1,..., a_{i-1}, a_i, a_{i+1} ...) estão em PG, então

$$a_i = \sqrt{a_{i+1}a_{i-1}} = \sqrt{a_{i+2}a_{i-2}} = \cdots$$

Note que cada termo da sequência é a média geométrica entre seu sucessor e antecessor.

Propriedade 2

Se (a_1, a_2, ... a_n) estão em PG, então

$$a_1 a_n = a_2 a_{n-1} = a_3 a_{n-2} = \cdots$$

Note que se *n* é ímpar, o termo médio TM da sequência satisfaz

$$TM = \sqrt{a_1 a_n}$$

Fórmulas da soma

Se (a_1, a_2, ... a_n) é uma PG finita, então

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_1\left(\frac{q^n - 1}{q-1}\right)$$

Se (a_1, a_2, ...) é uma PG infinita e $|q| < 1$, então a soma existe (dizemos que ela converge) e

$$S = a_1 + a_2 + \cdots = \frac{a_1}{q-1}$$

Se (a_1, a_2, ...) é uma PG infinita e $|q| \geq 1$, então a soma não existe (dizemos que ela diverge)