

**GOSTARIA DE BAIXAR
TODAS AS LISTAS
DO PROJETO MEDICINA
DE UMA VEZ?**

CLIQUE AQUI

ACESSE

WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS

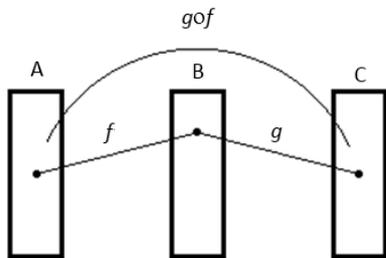


Projeto Medicina

Resumo Teórico – Função Inversa

Definição (função composta)

Dadas duas funções $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$, a função composta $g \circ f: A \rightarrow C$ é definida por $g \circ f(x) = g(f(x))$.



Exemplo

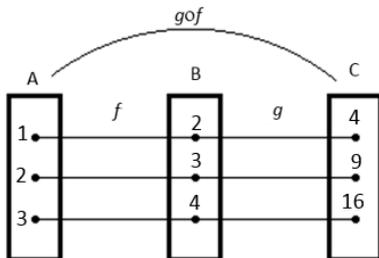
Dadas as funções

$$f: A \rightarrow B \text{ tal que } f(x) = x + 1$$

$$g: B \rightarrow C \text{ tal que } g(x) = x^2,$$

$$g(f(x)) = [f(x)]^2 = (x + 1)^2$$

Assim, por exemplo, $f(1) = 2$ e $g(2) = 4$, pode ser calculado numa única etapa como $g \circ f(1) = (1 + 1)^2 = 4$.



Exemplo

Considere as funções dadas por

$$f(x) = x^2 + 2x$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

$$h(x) = 2x - 1$$

Algumas composições possíveis são:

$$g \circ f(x) = g(x^2 + 2x) = \frac{1}{x^2 + 2x}$$

$$f \circ h(x) = f(2x - 1) = (2x - 1)^2 + 2(2x - 1)$$

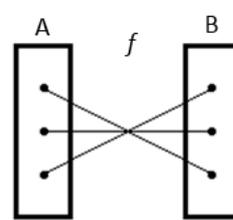
$$h \circ g(x) = h\left(\frac{1}{x}\right) = 2 \cdot \frac{1}{x} - 1$$

$$f \circ f(x) = f(x^2 + 2x) = (x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x)$$

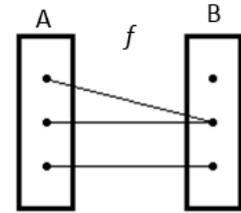
Definição (função injetora)

Uma função f é injetora se $x_1 \neq x_2$ então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Exemplo



f é injetora

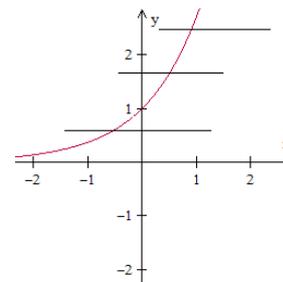


f não é injetora

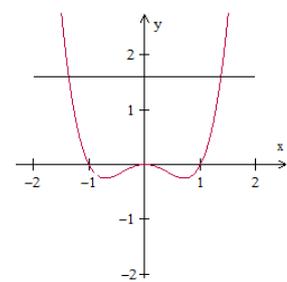
Gráfico de função injetora

O gráfico de uma função é o gráfico de uma função injetora se qualquer reta horizontal intersecta a curva no máximo uma vez.

“O gráfico de uma função injetora não repete alturas”.



É injetora.

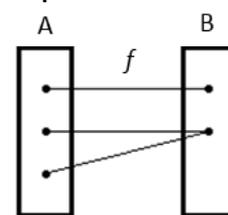


Não é injetora.

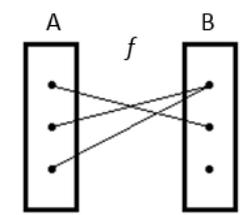
Definição (função sobrejetora)

Uma função $f: A \rightarrow B$ é sobrejetora se, para cada $y \in B$, existe $x \in A$ tal y é a imagem de x .

Exemplo



É sobrejetora.

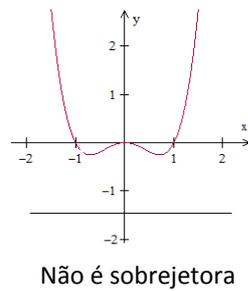
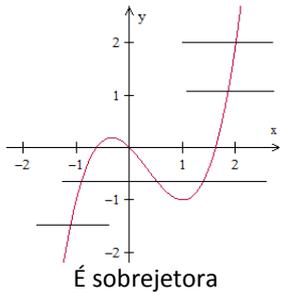


Não é sobrejetora.

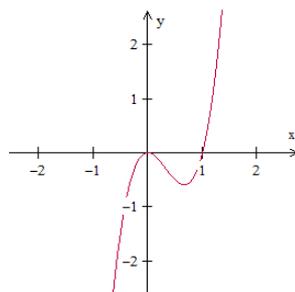
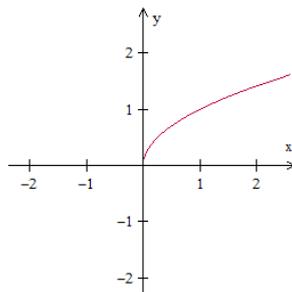
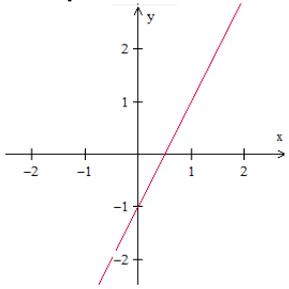
Gráfico de função sobrejetora

O gráfico de uma função é o gráfico de uma função sobrejetora se qualquer reta horizontal intersecta a curva pelo menos uma vez.

“O gráfico de uma função sobrejetora atinge todas as alturas”.



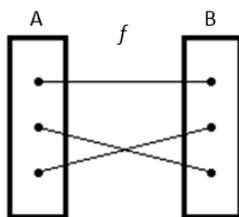
Exemplo



Definição (função bijetora)

Uma função $f: A \rightarrow B$ é bijetora se for injetora e sobrejetora.

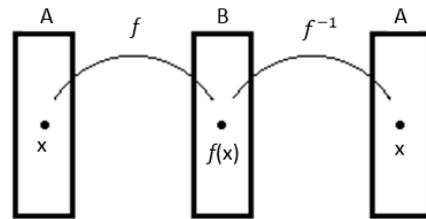
Exemplo



Definição (função inversa)

As funções f e f^{-1} são inversas se

$$f^{-1} \circ f(x) = x, \text{ para todo } x \text{ do domínio de } f.$$



Exemplo

São inversas as funções

$$f(x) = 2x + 1$$

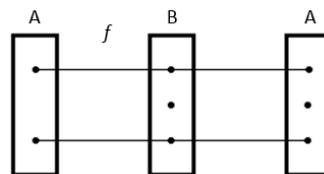
$$f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{2}$$

pois

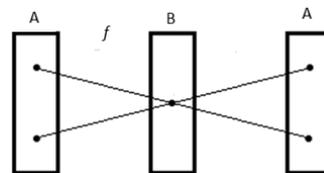
$$f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(2x + 1) = \frac{(2x + 1) - 1}{2} = x$$

Proposição

Uma função f possui inversa se, e somente se, for bijetora.



Se f não é sobrejetora, não é possível definir $f^{-1}: B \rightarrow A$, pois pelo menos um elemento de B ficaria sem correspondente.

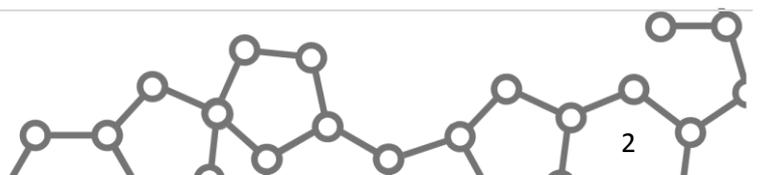
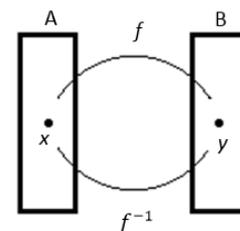


Se f não é injetora, não é possível definir $f^{-1}: B \rightarrow A$, pois pelo menos um elemento de B ficaria com dois correspondentes.

Lei da função inversa

Dada uma função $f: A \rightarrow B$, o usual é representar os elementos de A por x e os elementos de B por y .

Como $f^{-1}: B \rightarrow A$, nessa função os dados de entrada são os y e os de saída são os x . Para manter a tradição, trocamos x por y (e y por x).





Exemplo

Determine a inversa de $y = 4x + 3$.

$$y = 4x + 3$$

$$x = 4y + 3$$

$$4y = x - 3$$

$$y = \frac{x - 3}{4}$$

Exemplo

Determine a inversa da função dada por $f(x) = x^3 + 2$

$$y = x^3 + 2$$

$$x = y^3 + 2$$

$$x - 2 = y^3$$

$$y = \sqrt[3]{x - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 2}$$

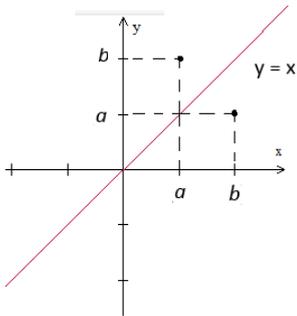
Note, por exemplo, que

$$f(2) = 2^3 + 2 = 10$$

$$f^{-1}(10) = \sqrt[3]{10 - 2} = 2$$

Gráfico da função inversa

Se o ponto (a, b) pertence ao gráfico de f , o ponto (b, a) pertence ao gráfico de f^{-1} .



O efeito geométrico de inverter as coordenadas de um ponto é refleti-lo sobre a reta $y = x$.

Exemplo

