

**GOSTARIA DE BAIXAR
TODAS AS LISTAS
DO PROJETO MEDICINA
DE UMA VEZ?**

CLIQUE AQUI

ACESSE

WWW.PROJETOMEDICINA.COM.BR/PRODUTOS



Projeto Medicina

Matemática

Conjuntos - Teoria

1 - Conjunto:

Conceito primitivo; não necessita, portanto, de definição.

Exemplo: conjunto dos números pares positivos: $P = \{2,4,6,8,10,12, \dots\}$.

Esta forma de representar um conjunto, pela enumeração dos seus elementos, chama-se forma de listagem. O mesmo conjunto também poderia ser representado por uma propriedade dos seus elementos ou seja, sendo x um elemento qualquer do conjunto P acima, poderíamos escrever:

$P = \{x \mid x \text{ é par e positivo}\} = \{2,4,6, \dots\}$.

1.1 - Relação de pertinência:

Sendo x um elemento do conjunto A , escrevemos $x \in A$, onde o símbolo \in significa "**pertence a**".

Sendo y um elemento que não pertence ao conjunto A , indicamos esse fato com a notação $y \notin A$.

O conjunto que não possui elementos, é denominado conjunto vazio e representado por \emptyset .

Com o mesmo raciocínio, e opostamente ao conjunto vazio, define-se o conjunto ao qual pertencem todos os elementos, denominado conjunto universo, representado pelo símbolo U .

Assim é que, pode-se escrever como exemplos:

$\emptyset = \{x; x \neq x\}$ e $U = \{x; x = x\}$.

1.2 - Subconjunto:

Se todo elemento de um conjunto A também pertence a um conjunto B , então dizemos que

A é subconjunto de B e indicamos isto por $A \subset B$.

Notas:

a) todo conjunto é subconjunto de si próprio. ($A \subset A$)

b) o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. ($\emptyset \subset A$)

c) se um conjunto A possui m elementos então ele possui 2^m subconjuntos.

d) o conjunto formado por todos os subconjuntos de um conjunto A é denominado conjunto das partes de A e é indicado por $P(A)$.

Assim, se $A = \{c, d\}$, o conjunto das partes de A é dado por $P(A) = \{\emptyset, \{c\}, \{d\}, \{c,d\}\}$

e) um subconjunto de A é também denominado parte de A .

2 - Conjuntos numéricos fundamentais

Entendemos por conjunto numérico, qualquer conjunto cujos elementos são números. Existem infinitos conjuntos numéricos, entre os quais, os chamados conjuntos numéricos fundamentais, a saber:

Conjunto dos números naturais

$N = \{0,1,2,3,4,5,6,\dots\}$

Conjunto dos números inteiros

$Z = \{\dots, -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$

Obs: é evidente que $N \subset Z$.

Conjunto dos números racionais

$Q = \{x; x = p/q \text{ com } p \in Z, q \in Z \text{ e } q \neq 0\}$.

Temos então que número racional é aquele que pode ser escrito na forma de uma fração p/q onde p e q são números inteiros, com o denominador diferente de zero.

Lembre-se que **não existe divisão por zero!**

São exemplos de números racionais:

$2/3, -3/7, 0,001=1/1000, 0,75=3/4, 0,333\dots = 1/3, 7 = 7/1$, etc.

Notas:

a) é evidente que $N \subset Z \subset Q$.

b) toda dízima periódica é um número racional, pois é sempre possível escrever uma dízima periódica na forma de uma fração.

Exemplo: $0,4444\dots = 4/9$

Conjunto dos números irracionais

$I = \{x; x \text{ é uma dízima não periódica}\}$.

Exemplos de números irracionais:

$\pi = 3,1415926\dots$ (número pi = razão entre o comprimento de qualquer circunferência e o seu diâmetro)

$2,01001000100001\dots$ (dízima não periódica)

$\sqrt{3} = 1,732050807\dots$ (raiz não exata).

Conjunto dos números reais

$R = \{x; x \text{ é racional ou } x \text{ é irracional}\}$.

Notas:

a) é óbvio que $N \subset Z \subset Q \subset R$

b) $I \subset R$

c) $I \cup Q = R$

d) um número real é racional ou irracional, não existe outra hipótese!

3 - Intervalos numéricos

Dados dois números reais p e q , chama-se **intervalo** a todo conjunto de todos números reais compreendidos entre p e q , podendo inclusive incluir

p e q . Os números p e q são os limites do intervalo, sendo a diferença $p - q$, chamada amplitude do intervalo.

Se o intervalo incluir p e q , o intervalo é fechado e caso contrário, o intervalo é dito aberto.

A tabela abaixo, define os diversos tipos de intervalos.

TIPOS	REPRESENTAÇÃO	OBSERVAÇÃO
INTERVALO FECHADO	$[p; q] = \{x \in \mathbb{R}; p \leq x \leq q\}$	inclui os limites p e q
INTERVALO ABERTO	$(p; q) = \{x \in \mathbb{R}; p < x < q\}$	exclui os limites p e q
INTERVALO FECHADO À ESQUERDA	$[p; q) = \{x \in \mathbb{R}; p \leq x < q\}$	inclui p e exclui q
INTERVALO FECHADO À DIREITA	$(p; q] = \{x \in \mathbb{R}; p < x \leq q\}$	exclui p e inclui q
INTERVALO SEMI-FECHADO	$[p; \infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq p\}$	valores maiores ou iguais a p.
INTERVALO SEMI-FECHADO	$(-\infty; q] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq q\}$	valores menores ou iguais a q.
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(-\infty; q) = \{x \in \mathbb{R}; x < q\}$	valores menores do que q.
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(p; \infty) = \{x > p\}$	valores maiores do que p.

Nota: é fácil observar que o conjunto dos números reais, (o conjunto \mathbb{R}) pode ser representado na forma de intervalo como $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$.

4 - Operações com conjuntos

4.1 - União (\cup)

Dados os conjuntos **A** e **B**, define-se o conjunto união $A \cup B = \{x; x \in A \text{ ou } x \in B\}$.

Exemplo: $\{0,1,3\} \cup \{3,4,5\} = \{0,1,3,4,5\}$.

Percebe-se facilmente que o conjunto união contempla todos os elementos do conjunto A ou do conjunto B.

Propriedades imediatas:

- $A \cup A = A$
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cup B = B \cup A$ (a união de conjuntos é uma operação comutativa)
- $A \cup U = U$, onde U é o conjunto universo.

4.2 - Interseção (\cap)

Dados os conjuntos **A** e **B**, define-se o conjunto interseção $A \cap B = \{x; x \in A \text{ e } x \in B\}$.

Exemplo: $\{0,2,4,5\} \cap \{4,6,7\} = \{4\}$.

Percebe-se facilmente que o conjunto interseção

contempla os elementos que são comuns aos conjuntos A e B.

Propriedades imediatas:

- $A \cap A = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cap B = B \cap A$ (a interseção é uma operação comutativa)
- $A \cap U = A$ onde U é o conjunto universo.

São importantes também as seguintes propriedades :

P1. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (propriedade distributiva)

P2. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (propriedade distributiva)

P3. $A \cap (A \cup B) = A$ (lei da absorção)

P4. $A \cup (A \cap B) = A$ (lei da absorção)

Obs: Se $A \cap B = \emptyset$, então dizemos que os conjuntos A e B são Disjuntos.

4.3 - Diferença: $A - B = \{x; x \in A \text{ e } x \notin B\}$.

Observe que os elementos da diferença são aqueles que pertencem ao primeiro conjunto, mas não pertencem ao segundo.

Exemplos:

$\{0,5,7\} - \{0,7,3\} = \{5\}$.

$\{1,2,3,4,5\} - \{1,2,3\} = \{4,5\}$.

Propriedades imediatas:

- $A - \emptyset = A$
- $\emptyset - A = \emptyset$
- $A - A = \emptyset$
- $A - B \neq B - A$ (a diferença de conjuntos não é uma operação comutativa).

4.3.1 - Complementar de um conjunto

Trata-se de um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim é, que dados dois conjuntos **A** e **B**, com a condição de que $B \subset A$, a diferença $A - B$ chama-se, neste caso, complementar de **B** em relação a **A**.

Simbologia: $C_A B = A - B$.

Caso particular: O complementar de **B** em relação ao conjunto universo **U**, ou seja, $U - B$, é indicado pelo símbolo **B'**. Observe que o conjunto **B'** é formado por todos os elementos que não pertencem ao conjunto **B**, ou seja:

$B' = \{x; x \notin B\}$. É óbvio, então, que:

- $B \cap B' = \emptyset$
- $B \cup B' = U$
- $\emptyset' = U$
- $U' = \emptyset$

5 - Partição de um conjunto

Seja **A** um conjunto não vazio. Define-se como **partição de A**, e representa-se por **part(A)**, qualquer

subconjunto do **conjunto das partes de A** (representado simbolicamente por $P(A)$), que satisfaz simultaneamente, às seguintes condições:
 1 - nenhuma dos elementos de $P(A)$ é o conjunto vazio.
 2 - a interseção de quaisquer dois elementos de $P(A)$ é o conjunto vazio.
 3 - a união de todos os elementos de $P(A)$ é igual ao conjunto A.

Exemplo: Seja $A = \{2, 3, 5\}$

Os subconjuntos de A serão: $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{2,3\}$, $\{2,5\}$, $\{3,5\}$, $\{2,3,5\}$, e o conjunto vazio - \emptyset .

Assim, o **conjunto das partes de A** será:

$P(A) = \{ \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{3,5\}, \{2,3,5\}, \emptyset \}$

Vamos tomar, por exemplo, o seguinte subconjunto de $P(A)$:

$X = \{ \{2\}, \{3,5\} \}$

Observe que X é uma partição de A - cuja simbologia é $part(A)$ - pois:

a) nenhum dos elementos de X é \emptyset .

b) $\{2\} \cap \{3, 5\} = \emptyset$

c) $\{2\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\} = A$

Sendo observadas as condições 1, 2 e 3 acima, o conjunto X é uma partição do conjunto A.

Observe que $Y = \{ \{2,5\}, \{3\} \}$; $W = \{ \{5\}, \{2\}, \{3\} \}$; $S = \{ \{3,2\}, \{5\} \}$ são outros exemplos de partições do conjunto A.

Outro exemplo: o conjunto $Y = \{ \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}, \{1, 3, 5, 7, \dots\} \}$ é uma partição do conjunto N dos números naturais, pois $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \cap \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \emptyset$ e $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \cup \{1, 3, 5, 7, \dots\} = N$.

6 - Número de elementos da união de dois conjuntos

Sejam A e B dois conjuntos, tais que o número de elementos de A seja $n(A)$ e o número de elementos de B seja $n(B)$.

Nota: o número de elementos de um conjunto, é também conhecido com cardinal do conjunto.

Representando o número de elementos da interseção $A \cap B$ por $n(A \cap B)$ e o número de elementos da união $A \cup B$ por $n(A \cup B)$, podemos escrever a seguinte fórmula:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Exercícios

1- (ITA-1969) Sejam R o conjunto dos números reais e C um subconjunto de R . Definimos SUPREMO de C ($\sup(C)$) como sendo o número real L satisfazendo às seguintes condições:

i) L é maior ou igual a qualquer número pertencente a C ;

ii) Dado um número real $L' < L$, existe sempre um número x' de C tal que $x' > L'$.

Seja C o conjunto dos números naturais menores do que 11. Uma das afirmações abaixo, relativas ao conjunto C , é verdadeira. Assinale-a.

a) $L = 9$

b) $L = 10$

c) $L = 11$

d) $L = 12$

e) não existe $\sup(C)$

2- (ITA-1974) Sejam A , B e C conjuntos contidos num mesmo conjunto U . Seja x um elemento de U . Seja $C_B A = \{ x \in U : x \in B \text{ e } x \notin A \}$, então $C_C(A \cup B)$ é igual a:

a) $C_C A \cup C_C B$

b) $C_C A \cap C_C B$

c) $C_C B$

d) \emptyset

e) nda

3- (ITA-1985) Seja X um conjunto não vazio e sejam A e B dois subconjuntos de X . Define-se $A^C = \{ x \in X : x \notin A \}$ e $A - B = \{ x \in A : x \notin B \}$. Dadas as sentenças:

1. $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^C \Leftrightarrow B \subset A^C$;

2. Se $X = R$; $A = \{ x \in R : x^3 - 1 = 0 \}$;

$B = \{ x \in R : x^2 - 1 = 0 \}$;

$C = \{ x \in R : x - 1 = 0 \}$,

então $A = C = B$.

3. $A - \emptyset = A$

4. $A - B \neq A \cap B^C$

Podemos afirmar que está(ão) correta(s):

a) As sentenças 1 e 3.

b) As sentenças 1, 2 e 4.

c) As sentenças 3 e 4.

d) As sentenças 2, 3 e 4.

e) Apenas a sentença 2.

4- (ITA-1987) Sejam F e G dois subconjuntos não vazios de R . Assinale a alternativa correta:

a) Se $F \subset G$ e $G \neq F$, então necessariamente $F = F \cup G$.

b) Se $F \cap G$ é o conjunto vazio, então necessariamente $F = R$.

c) Se $F \subset G$ e $G \subset F$, então $F \cap G = F \cup G$.

d) Se $F \cap G = F$, então necessariamente $G \subset F$.

e) Se $F \subset G$ e $G \neq R$, então $(F \cap G) \cup G = R$.

5- (ITA-1988) Sejam A , B e C subconjuntos dos números reais. Então:

a) $(A \cap B)^C = A^C \cap B^C$

b) $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$

c) Se $A \subset B$, então $A^C \subset B^C$

d) $(A \cap B) \cup C^C = (A^C \cup C)^C \cap (B^C \cup C)^C$

e) $A \cup (B \cup C)^C = (A \cup B^C) \cap (A \cup C^C)$

6- (ITA-1989) Sejam A , B e C subconjuntos não vazios de R . Dadas as igualdades abaixo:

1. $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$
2. $(A - B) \times C = (A \times B) - (B \times C)$
3. $(A \cap B) - A \neq (B \cap A) - B$
4. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
5. $(A - B) \cap (B - C) = (A - C) \cap (A - B)$

Podemos afirmar que:

- a) 2 e 4 são verdadeiras
- b) 1 e 5 são verdadeiras
- c) 3 e 4 são verdadeiras
- d) 1 e 4 são verdadeiras
- e) 1 e 3 são verdadeiras

7- (ITA-1995) Seja o conjunto:

Qual o conjunto abaixo é tal que sua intersecção com A é o próprio A?

- a) $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
- b) $(-\infty, -2]$
- c) $[-2, 2]$
- d) $[-2, 0]$
- e) $[0, 2)$

8- (ITA-1995; questão "convidada") Visto que, para todo $x \geq 1$ e $n \in \mathbb{N}$, vale a desigualdade $x^n > n(x - 1)$, temos como consequência que, para $0 < x < 1$ e $n \in \mathbb{N}$, tem-se:

- a) $x^{n-1} < [n(x + 1)]^{-1}$
- b) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 + x)]^{-1}$
- c) $x^{n-1} < [n^2(1 - x)]^{-1}$
- d) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 - x)]^{-1}$
- e) $x^{n-1} < [n(1 - x)]^{-1}$

9- (ITA-1996) Sejam A e B subconjuntos não vazios de \mathbb{R} , e considere as seguintes afirmações:

- i) $(A - B)^c \cap (B \cup A^c)^c = \emptyset$
- ii) $(A - B^c)^c = B - A^c$
- iii) $[(A^c - B) \cap (B - A)]^c = A$

Sobre essas afirmações podemos garantir que:

- a) apenas a afirmação (i) é verdadeira.
- b) apenas a afirmação (ii) é verdadeira.
- c) apenas a afirmação (iii) é verdadeira.
- d) todas as afirmações são verdadeiras.
- e) apenas as afirmações (i) e (iii) são verdadeiras.

10- (ITA-1999) Sejam E, F, G e H subconjuntos não vazios de \mathbb{R} . Considere as afirmações:

- (i) Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $E \subset F$ e $G \subset H$.
 - (ii) Se $(E \times G) \subset (F \times H)$, então $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$.
 - (iii) Se $(E \times G) \cup (F \times H) = (F \times H)$, então $(E \times G) \subset (F \times H)$.
- Então:

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen}\left(\frac{n! \pi}{6}\right); n \in \mathbb{N} \right\}$$

- a) Apenas a afirmação (i) é verdadeira.
- b) Apenas a afirmação (ii) é verdadeira.

- c) Apenas as afirmações (ii) e (iii) são verdadeiras.
- d) Apenas as afirmações (i) e (ii) são verdadeiras.
- e) Todas as afirmações são verdadeiras.

11- (ITA-2000) Denotemos por $n(X)$ o número de elementos de um conjunto finito X. Sejam A, B e C conjuntos tais que $n(A \cup B) = 8$, $n(B \cup C) = 10$, $n(A \cup C) = 9$, $n(A \cup B \cup C) = 11$ e $n(A \cap B \cap C) = 2$. Então $n(A) + n(B) + n(C)$ é igual a:

- a) 11
- b) 14
- c) 15
- d) 18
- e) 25

12- (ITA-2001) Sejam X, Y e Z subconjuntos próprios de \mathbb{R} , não vazios. Com respeito às afirmações:

- (I) $X \cap \{ [Y \cap (X \cup Y)^c] \cup [X \cup (X^c \cap Y^c)^c] \} = X$
- (II) Se $Z \subset X$ então $(Z \cup Y) \cup [X \cup (Z^c \cap Y)] = X \cup Y$
- (III) Se $(X \cup Y)^c \subset Z$ então $Z^c \subset X$.

temos que:

- a) apenas (I) é verdadeira.
- b) apenas (I) e (II) são verdadeiras.
- c) apenas (I) e (III) são verdadeiras.
- d) apenas (II) e (III) são verdadeiras.
- e) todas são verdadeiras.

"POR QUE NOS CONTENTAMOS COM VIVER RASTEJANDO, QUANDO SENTIMOS O DESEJO DE VOAR?" HELLEN KELLER

GABARITO

- 01 - B
- 02 - B
- 03 - A
- 04 - C
- 05 - E
- 06 - D
- 07 - C
- 08 - E
- 09 - A
- 10 - E
- 11 - D
- 12 - B

Júlio Sousa

julio.sousa@projetomedicina.com.br