Exercícios de Matemática
Geometria Analítica – Circunferência

1. (Pucmg) O gráfico da função real y = f(x) é formado por um segmento de reta com extremos nos pontos, (1, 0) e (3, 2) e pela semicircunferência de centro na origem e raio 1. A lei de definição dessa função é:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{para } -1 \le x \le 1 \\ 1 - x, & \text{para } 1 < x \le 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}, & \text{para } 0 \le x \le 1 \\ x - 1, & \text{para } 1 < x \le 3 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2}, & \text{para } 0 \le x \le 1 \\ 1 - x, & \text{para } 1 < x \le 3 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2}, & \text{para } -1 \le x \le 1 \\ x - 1, & \text{para } 1 < x \le 3 \end{cases}$

2. (Fuvest) A reta s passa pelo ponto (0,3) e é perpendicular à reta AB onde A=(0,0) e B é o centro da circunferência $x^2+y^2-2x-4y=20$. Então a equação de s é:
a) x- 2y = - 6
b) x + 2y = 6
c) x + y = 3
d) y - x = 3
e) 2x + y = 6

3. (Ufrs) Considere a região plana limitada pelos gráficos das inequações $y \le -x - 1$ e $x^2 + y^2 \le 1$, no sistema de coordenadas cartesianas. A área dessa região é

a) $\pi/4 - 1/2$
b) $\pi/4 - 1/3$
c) $\pi/2 - 1$
d) $\pi/2 + 1$
e) $3\pi/2 - 1$

4. (Ufsm) Seja r a reta que corta o eixo y no ponto (0, 2) e forma ângulo de 45^0 com o eixo x; s, a reta que corta o eixo x no ponto (-2, 0) e forma ângulo de 135^0 com o eixo x; t, o eixo y. Para que o ponto (1, m) pertença à circunferência que passa pelas interseções das retas r, s e t, o valor de m é
a) $\sqrt{3}$ ou $-\sqrt{3}$
b) $\sqrt{2}$ ou $-\sqrt{2}$
c) 2 ou -2
d) 1 ou -1
e) $\sqrt{\pi}$ ou $-\sqrt{\pi}$

5. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) $x^2+y^2-2x+6y+1=0$ é a equação da circunferência de raio r=3 que é concêntrica com a circunferência $x^2+y^2+2x-6y+9=0$.

(02) O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A(3, 2) e B(-3, -1) é 1/2.

(04) O ponto P(3, 4) é um ponto da circunferência de equação $x^2+y^2-x+4y-3=0$.

(08) As retas r: 2x-3y+5=0 e s: 4x-6y-1=0 são perpendiculares.

(16) Sabe-se que o ponto P(p, 2) é eqüidistante dos pontos A(3, 1) e B(2, 4). A abscissa do ponto P é 1.

Soma (   )

6. (Ufpr) Em um sistema de coordenadas cartesianas no plano, a equação de uma circunferência C é $x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0$. Sabe-se que as retas r e s são perpendiculares entre si, interceptando-se no ponto (2, 3), e que r contém o centro da circunferência C. Assim, é correto afirmar:
(01) O ponto (2, 3) pertence à circunferência C.
(02) A reta s é tangente à circunferência C.
(04) A circunferência C intercepta o eixo y nos pontos de ordenadas $1 + 2\sqrt{2}$ e $1 - 2\sqrt{2}$
(08) A reta s tem coeficiente angular menor que -1.
(16) A reta t, paralela à reta s e que passa pela origem do sistema de coordenadas, não intercepta a circunferência C.

Soma (   )

7. (Fuvest) Fixado o ponto N=(0,1), a cada ponto P do eixo das abscissas associamos o ponto $P'\neq N$ obtido pela intersecção da reta PN com a circunferência $x^2+y^2=1$.

a) Que pontos do eixo das abscissas foram associados aos pontos (x,y) da circunferência, com y<0?

b) Quais as coordenadas do ponto P' da circunferência, associado a P=(c,0), $c\neq 0$?

8. (Unicamp) a) Identifique as circunferências de equações $x^2+y^2=x$ e $x^2+y^2=y$, calculando o raio e o centro das mesmas. Esboce seus gráficos.

b) Determine os pontos de intersecção dessas circunferências e mostre que as retas a elas tangentes em cada um desses pontos são perpendiculares entre si.

9. (Fuvest) Uma circunferência de raio 2, localizada no primeiro quadrante, tangencia o eixo x e a reta de equação 4x-3y=0.

Então a abscissa do centro dessa circunferência é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

10. (Unesp) Considere o quadrado de lados paralelos aos eixos coordenados e circunscrito à circunferência de equação:

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0.$$

Determine as equações das retas que contêm as diagonais desse quadrado.

11. (Fuvest) Sejam A=(0, 0), B=(0, 5) e C=(4, 3) pontos do plano cartesiano.

a) Determine o coeficiente angular da reta BC.

b) Determine a equação da mediatriz do segmento BC. O ponto A pertence a esta mediatriz?

c) Considere a circunferência que passa por A, B e C. Determine a equação da reta tangente a esta circunferência no ponto A.

12. (Unicamp) Em um sistema de coordenadas ortogonais no plano são dados o ponto (5, -6) e o círculo $x^2+y^2=25$. A partir do ponto (5,-6), traçam-se duas tangentes ao círculo. Faça uma figura representativa desta situação e calcule o comprimento da corda que une os pontos de tangência.

13. (Fuvest) A reta y = mx (m>0) é tangente à circunferência $(x-4)^2+y^2=4$. Determine o seno do ângulo que a reta forma com o eixo x.

a) 1/5.
b) 1/2.
c) $(\sqrt{3})/2$.
d) $(\sqrt{2})/2$.
e) $\sqrt{5}$.

14. (Fuvest) a) As extremidades de um diâmetro de uma circunferência são (-3,1) e (5,-5). Determine a equação da circunferência.

b) Determine a equação da circunferência que passa pelo ponto $(9,\sqrt{3})$ e que é tangente às retas y=0 e $y=\sqrt{3}x$.

15. (Unesp) Seja AB o diâmetro da circunferência $x^2+y^2-6x-8y+24=0$ contido na reta perpendicular a y=x+7. Calcular as coordenadas de A e B.

16. (Fuvest-gv) a) Dar uma equação da bissetriz do ângulo agudo entre a reta de equação 4x-3y=4 e o eixo dos x;

b) Determinar a circunferência inscrita no triângulo de vértices (1,0), (4,0) e (4,4).

17. (Unesp) Considere uma circunferência de raio r<4, com centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas. Se uma das tangentes à circunferência pelo ponto (4,0) forma com o eixo x um ângulo de 30°, então o ponto de tangência correspondente é:

a) $(1, -\sqrt{3})$
b) $(1, -\sqrt{2})$
c) $(1/2, -\sqrt{3})$
d) $(1/2, -\sqrt{2})$
e) $(1/2, -\sqrt{3/2})$

18. (Fuvest-gv) A circunferência $x^2+y^2= 4$ é simétrica à circunferência $x^2+y^2-12x-8y+48= 0$ em relação a uma reta r. Uma equação dessa reta é:

a) 3x - 2y = 13
b) 3x - 2y = 5
c) 2x - 3y = 0
d) 3x + 2y = 13
e) 3x + 2y = 5

19. (Fuvest) Considere o triângulo ABC, onde A = (0,4), B=(2,3) e C é um ponto qualquer da circunferência $x^2+y^2=5$. A abcissa do ponto C que torna a área do triângulo ABC a menor possível é:
a) - 1
b) - 3/4
c) 1
d) 3/4
e) 2

20. (Fuvest) Para cada número real n seja $P_n=(x_n,y_n)$ o ponto de intersecção das retas nx + y = 1 e x - ny = 1. Sabendo-se que todos os pontos P_n pertencem a uma mesma circunferência, qual é o centro dessa circunferência?
a) (1/2, 1/2)
b) (0,0)
c) (-1/2, 1/2)
d) (-1/2, -1/2)
e) (1,1)

21. (Ufes) Uma circunferência com centro no ponto P=(a, b) passa pelo ponto Q=(-a, b). O raio desta circunferência é:
a) $\sqrt{(a^2 + b^2)}$
b) | a |
c) | b |
d) 2 | a |
e) 2 | b |

22. (Fatec) Seja C a circunferência de equação $x^2+y^2-6x-4y+9=0$. Um quadrado, cujos lados são paralelos aos eixos cartesianos, está inscrito em C. O perímetro desse quadrado é
a) $2\sqrt{2}$
b) 4
c) $4\sqrt{2}$
d) 8
e) $8\sqrt{2}$

23. (Fatec) O par (x, y) de números reais, que é solução do sistema

$$\begin{cases} x^2 + x + 2xy + y^2 = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

pertence à curva de equação
a) $x^2 + y^2 = \sqrt{10}$
b) $y = x^2 - 4x + 3$
c) $xy = -3$
d) $y = \log_2 (x-1)$
e) $2x + 3y - 4 = 0$

24. (Fei) O comprimento da corda que a reta x + y = 3 determina na circunferência de centro em (2,1) e raio $5/\sqrt{2}$ é:
a) $\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $3\sqrt{2}$
d) $4\sqrt{2}$
e) $5\sqrt{2}$

25. (Ita) São dadas as retas (r) $x-y+1+\sqrt{2}=0$ e (s) $x\sqrt{3}+y-2+\sqrt{3}=0$ e a circunferência (C) $x^2+2x+y^2=0$. Sobre a posição relativa desses três elementos, podemos afirmar que:
a) r e s são paralelas entre si e ambas são tangentes à C.
b) r e s são perpendiculares entre si e nenhuma delas é tangente à C.
c) r e s são concorrentes, r é tangente à C e s não é tangente à C.
d) r e s são concorrentes, s é tangente á C e r não é tangente à C.
e) r e s são concorrentes e ambas são tangentes à C.

26. (Uel) São dados:

uma circunferência de centro C = (3/2,1);
um ponto T = (3/2, -1) que pertence à circunferência.

A equação da circunferência dada é
a) $4x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 3 = 0$
b) $4x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 4 = 0$
c) $3x^2 + y^2 - 6x - 4y - 2 = 0$
d) $3x^2 + y^2 - 6x - 4y - 4 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 3/2x - y = 0$

27. (Uel) Considere os pontos A(0;0), B(2;3) e C(4;1). O segmento $\overline{BC}$ é um diâmetro da circunferência de equação
a) $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 11 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 4x + 9y + 11 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 4x - 9y + 9 = 0$

28. (Ufmg) Sejam r e s as retas de equações y=2x-1 e y=2x+3, respectivamente.
a) Determine a equação da reta que passa pelo ponto (0,3) e é perpendicular a r.
b) Determine a equação da circunferência que passa pelo ponto (0, 3) e tangencia as retas r e s.

29. (Unesp) Se M=(5/2,0) é o ponto médio do segmento cujos extremos são as interseções da circunferência $x^2+y^2+mx-y-4=0$
com o eixo x, determine o centro dessa circunferência.

30. (Pucsp) A reta de equação y = 2x - 4 intercepta os eixos coordenados nos pontos A e B. Esses pontos são os extremos de um diâmetro da circunferência λ. A equação correspondente a λ é
a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$
c) $2x^2 + 4y^2 + 2x + 4y + 5 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$
e) $x^2 + y^2 + 6x + 3y - 4 = 0$

31. (Uece) Sejam $Q_1(x_1,y_1)$ e $Q_2(x_2,y_2)$ os pontos de intersecção da reta de equação y+2=0 com a circunferência de centro no ponto P(-4,1) e raio r centímetros. Se $x_1<x_2$ e Q_1Q_2=8cm, então a equação dessa circunferência é:
a) $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 7 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 15 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 19 = 0$

32. (Mackenzie) A curva $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ tem um único ponto comum com a reta x + y = k, k $\in$ IR. A soma dos possíveis valores de k é:
a) 4. b) -2
c) -4. d) 2.
e) 0.

33. (Udesc) Para que a equação $x^2 + y^2 - 4x + 8y + k = 0$ represente uma circunferência, devemos ter:
a) K < 20
b) K > 13
c) K < 12
d) K > 12
e) K < 10

34. (Udesc) DETERMINE a equação da circunferência que passa pelos pontos A(5,5), B(-3,1) e C(2,-4). COMENTE as etapas durante a resolução da questão.

35. (Fgv) Considere a reta r, de equação y=2x+3, e a circunferência de equação $x^2+y^2=10$. A reta s, perpendicular à reta r, tangencia a circunferência no ponto P. Esse ponto pode ser
a) $(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$
b) $(2; 2\sqrt{2} + 3)$
c) $(-2; \sqrt{6})$
d) (1; 3)
e) $(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2} + 1)$

36. (Ufpe) Seja r uma reta que passa pelo centro da circunferência C_1 de equação cartesiana $x^2-6x+y^2-8y+23=0$, e que é perpendicular à reta y=x. Uma circunferência C_2, concêntrica com a primeira, é tangente ao eixo das ordenadas Oy no ponto P. Determine a área do triângulo cujos vértices são o ponto P e os pontos de intersecção da reta r com C_1.

37. (Fuvest) O segmento AB é diâmetro da circunferência de equação $x^2+y^2=10y$. Se A é o ponto (3,1), então B é o ponto
a) (-3, 9)
b) (3, 9)
c) (0, 10)
d) (-3, 1)
e) (1, 3)

38. (Uel) Seja P um ponto do eixo das ordenadas pertencente à reta de equação 2x- 3y- 6= 0. A equação da circunferência de centro em P e tangente ao eixo das abcissas é
a) $x^2 + y^2 = 4$
b) $x^2 + y^2 + 4x = 0$
c) $x^2 + y^2 +4y = 0$
d) $x^2 + y^2 - 4x = 0$
e) $x^2 + y^2 - 4y = 0$

39. (Fatec) Sejam O a origem do sistema de eixos cartesianos e A o centro da circunferência de equação
$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. A equação de reta que passa pelos pontos A e O é:
a) $y = 2x + 1$
b) $y = 2x - 1$
c) $y = x/2$
d) $y = 2x$
e) $y = x$

40. (Fei) No plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto C=(3,4) e raio r=5 intercepta os eixos do sistema em:
a) nenhum ponto
b) 1 ponto
c) 2 pontos
d) 3 pontos
e) 4 pontos

41. (Cesgranrio) As circunferências $x^2+y^2+8x+6y=0$ e $x^2+y^2-16x-12y=0$ são:
a) exteriores.
b) secantes.
c) tangentes internamente.
d) tangentes externamente.
e) concêntricas.

42. (Unicamp) Os ciclistas A e B partem do ponto P(-1, 1) no mesmo instante e com velocidades de módulos constantes. O ciclista A segue a trajetória descrita pela equação $4y-3x-7 = 0$ e o ciclista B, a trajetória descrita pela equação $x^2+y^2-6x-8y=0$. As trajetórias estão no mesmo plano e a unidade de medida de comprimento é o km. Pergunta-se:
a) Quais as coordenadas do ponto Q, distinto de P, onde haverá cruzamento das duas trajetórias?
b) Se a velocidade do ciclista A for de 20 km/h, qual deverá ser a velocidade do ciclista B para que cheguem no mesmo instante ao ponto Q?

43. (Fei) Qual deve ser o raio da circunferência com centro no ponto O = (0,0) para que a reta $x - 2y - 10 = 0$ seja tangente a essa circunferência?
a) $4\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{5}$
c) 20
d) $5\sqrt{2}$
e) $4\sqrt{5}$

44. (Cesgranrio) Uma circunferência passa pela origem, tem raio 2 e o centro C na reta $y = 2x$. Se C tem coordenadas positivas, uma equação dessa circunferência é:
a) $(x - \sqrt{5})^2 + (y - 2\sqrt{5})^2 = 4$
b) $(x - \sqrt{5/2})^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 4$
c) $(x - \sqrt{3/2})^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 4$
d) $(x - \sqrt{3/5})^2 + (y - 2\sqrt{3/5})^2 = 4$
e) $(x - 2\sqrt{5/5})^2 + (y - 4\sqrt{5/5})^2 = 4$

45. (Mackenzie) A reta que passa pelo centro da circunferência $x^2+y^2+6x+4y+12=0$ e é paralela à bissetriz dos quadrantes pares tem equação:
a) $x + y + 5 = 0$
b) $x + y - 5 = 0$
c) $5x + 5y + 1 = 0$
d) $x + y - 1 = 0$
e) $x + y + 1 = 0$

46. (Mackenzie) Uma circunferência de centro C (a, b) passa pelos pontos M (0, 0), N (4, 0) e P (k, k), M ≠ P. Então a + b vale:
a) k
b) k/2
c) 3k/2
d) 2k
e) 3k

47. (Fuvest) Considere as circunferências que passam pelos pontos (0, 0) e (2, 0) e que são tangentes à reta $y=x+2$.
a) Determine as coordenadas dos centros dessas circunferências.
b) Determine os raios dessas circunferências.

48. (Fgv) Uma empresa produz apenas dois produtos A e B, cujas quantidades anuais (em toneladas) são respectivamente x e y. Sabe-se que x e y satisfazem a relação:

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 23 = 0$$

a) esboçar o gráfico da relação, indicando o nome da curva.
b) Que quantidades devem ser produzidas se, por razões estratégicas, a quantidade produzida do produto B for o dobro da de A?

49. (Uece) Se a circunferência de centro no ponto P(-2, 3) e raio 2cm passa pelos pontos $P_1(K_1, 5)$ e $P_2(0, K_2)$, então $K_1^3 + K_2^3$ é igual a:
a) 16
b) 19
c) 26
d) 35

50. (Ufrs) O comprimento da corda que a reta r definida pela equação 2x - y = 0 determina no círculo λ de centro no ponto C(2,0) e raio r = 2 é
a) 0
b) 2
c) 5
d) $\sqrt{10}/5$
e) $(4\sqrt{5})/5$

51. (Ufrs) A equação $x^2 + y^2 + 4x - 6y + m = 0$ representa um círculo se e semente se
a) m > 0
b) m < 0
c) m > 13
d) m > -13
e) m < 13

52. (Cesgranrio) A equação da circunferência de raio 5, cujo centro é o ponto comum às retas
x - y + 1 = 2 e x + y - 1 = 2 é:
a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 20 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 20 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$
e) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

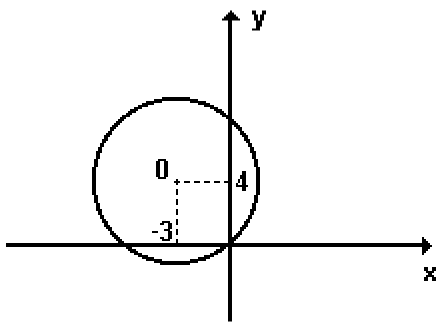
53. (Fuvest) Um quadrado está inscrito numa circunferência de centro (1,2). Um dos vértices do quadrado é o ponto (-3,-1). Determine os outros três vértices do quadrado.

54. (Uel) Sejam os pontos A e B as intersecções da reta r, de equação x+y=0, com a circunferência λ, de equação $x^2+y^2-4x=0$.
O comprimento da corda $\overline{AB}$ é
a) $\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) 4
d) $4\sqrt{2}$
e) 8

55. (Uel) Sejam os pontos A e B as intersecções da reta r, de equação x+y=0, com a circunferência λ, de equação $x^2+y^2-4x=0$.
A equação da reta paralela a r, conduzida pelo centro de λ, é
a) x - y = 0
b) x - y - 2 = 0
c) x - y + 2 = 0
d) x + y - 2 = 0
e) x + y + 2 = 0

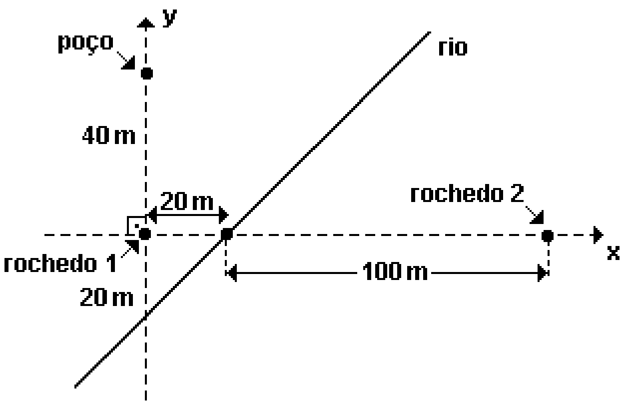
56. (Uel) Sejam os pontos A e B as intersecções da reta r, de equação x+y=0, com a circunferência λ, de equação $x^2+y^2-4x=0$.
Se A e B são tais que a abscissa de A é menor que a de B, a equação da reta tangente a λ, traçada pelo ponto B, é
a) y = - 2
b) x = - 2
c) y = 2x
d) x = 2
e) y = 2

57. (Cesgranrio)



A equação da circunferência cuja representação cartesiana está indicada pela figura anterior é:
a) $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0$
b) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$
c) $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$
d) $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$
e) $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$

58. (Fuvest) Um pirata enterrou um tesouro numa ilha e deixou um mapa com as seguintes indicações: o tesouro está enterrado num ponto da linha reta entre os dois rochedos; está a mais de 50 m do poço e a menos de 20 m do rio (cujo leito é reto).



a) Descreva, usando equações e inequações, as indicações deixadas pelo pirata, utilizando para isto o sistema de coordenadas mostrado na figura.
b) Determine o menor intervalo ao qual pertence a coordenada x do ponto (x, 0) onde o tesouro está enterrado.

59. (Unesp) O comprimento da corda que a reta y = x determina na circunferência de equação $(x+2)^2+(y-2)^2=16$ é
a) 4.
b) $4\sqrt{2}$.
c) 2.
d) $2\sqrt{2}$.
e) $\sqrt{2}$.

60. (Ufpr) Considerando que as trajetórias dos móveis A, B e C estejam representadas em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais e sejam expressas pelas equações $2x-y=0$, $y-1=0$ e $x^2+y^2=1$, respectivamente, é correto afirmar:
(01) A trajetória de B é uma reta paralela ao eixo y.
(02) As trajetórias de A e C são tangentes entre si.
(04) A trajetória de C é uma circunferência.
(08) As trajetórias de A e B se interceptam no ponto (1,1).
(16) Se α é o menor ângulo que a trajetória de A faz com o eixo das abcissas, então $tg\alpha=2$.

Soma (   )

61. (Fatec) Sejam as equações das circunferências,

C_1: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ e
C_2 : $(2x - 1)^2 + 4(y - 1)^2 = 1$

Sobre as sentenças

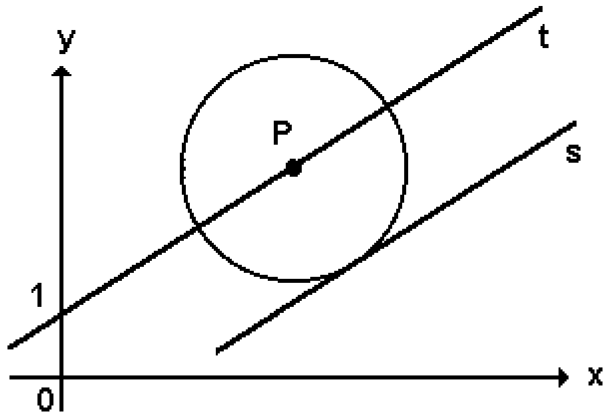
I. C_1 e C_2 têm raios iguais a 1.
II. As circunferências C_1 e C_2 são tangentes e o ponto de tangência é (0, 1).
III. O centro da circunferência C_1 pertence à circunferência C_2.

devemos dizer que,
a) somente a I é falsa.
b) somente a II é falsa.
c) somente a III é falsa.
d) todas são verdadeiras.
e) todas são falsas.

62. (Fatec) Um quadrado ABCD está inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$, e seus lados são paralelos aos eixos cartesianos. Se o vértice A está contido no primeiro quadrante, a equação da reta tangente à circunferência no ponto A é
a) $y - x + 3\sqrt{2} = 0$
b) $y + x - 3\sqrt{2} = 0$
c) $y + x - 3 = 0$
d) $2y + 2x - \sqrt{3} = 0$
e) $2y + x - 3\sqrt{3} = 0$

63. (Mackenzie) A circunferência que passa pelos pontos (1, -3) e (1, 5), cujo centro pertence à reta 2x - 3y - 6 = 0, possui raio no intervalo:
a) [2, 3 [
b) [3, 4 [
c) [4, 5 [
d) [5, 6 [
e) [6, 7]

64. (Mackenzie) Na figura a seguir, as retas t e s são paralelas e a circunferência tem equação $x^2+y^2-8x-8y+28=0$. Deste modo, a área do triângulo que a reta tangente s define com os eixos é igual a:
a) 2
b) 4
c) 3/2
d) 4/3
e) 1/2



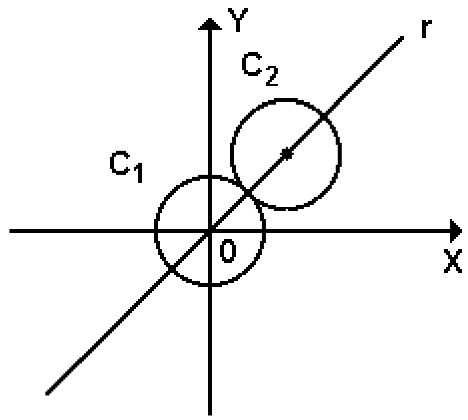
65. (Mackenzie) Dada a função real definida por $f(x)=\sqrt{(4-x^2)}$ de [-2,2] em [0,2]. Considere uma reta t tangente ao gráfico de f(x) e paralela à reta y=x+509. Se (x,y) é o ponto de tangência, então x+y vale:
a) 0
b) $-\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{2}$
d) $\sqrt{2}$
e) $-2\sqrt{2}$

66. (Unirio) A equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ é de uma circunferência cuja soma do raio e das coordenadas do centro é igual a:
a) -2
b) 3
c) 5
d) 8
e) 15

67. (Unirio) Sabendo-se que os pontos A (1,3) e B (3,7) pertencem a uma mesma circunferência e que a reta que contém esses pontos passa pelo seu centro, determine a equação dessa circunferência.

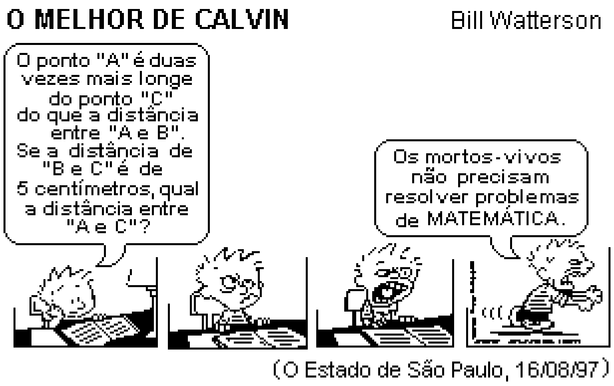
68. (Puccamp) São dadas a reta r, de equação $y=\sqrt{(3)}x/3$, e a circunferência λ, de equação $x^2+y^2-4x=0$. O centro de λ e as intersecções de r e λ determinam um triângulo cuja área é
a) $\sqrt{3}$
b) 3
c) $2\sqrt{3}$
d) 6
e) $3\sqrt{3}$

69. (Uel) Na figura a seguir têm-se a reta r, bissetriz do primeiro e terceiro quadrantes, e as circunferências C_1 e C_2, de mesmo raio, tangentes entre si e com centros sobre r. Se a equação de C□ é $x^2+y^2=9$, então o centro de C_2 é o ponto
a) $(1; \sqrt{2})$
b) (3; 3)
c) $(3\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$
d) (3; 6)
e) (6; 6)



70. (Ufrs) Se um círculo de raio r tangencia o eixo X e o eixo Y do sistema de coordenadas cartesianas, e tem centro C=(a,b), então
a) a = b
b) a = -b
c) ab = 1
d) $a^2 = b^2$
e) a - b = 1

71. (Uerj)



Considere os pontos A, B e C nas condições mencionadas na tirinha.

a) Se, A, B e C pertencem a uma mesma reta, calcule a distância entre A e C quando:

. A está situado entre B e C;

. A está situado fora do segmento BC.

b) Se A, B e C estiverem no plano cartesiano, sendo A um ponto móvel, B um ponto do semi-eixo positivo das abscissas (x) e C a origem (0,0), determine a equação da linha descrita pelo ponto A e identifique a curva correspondente.

72. (Uerj) Observe o sistema:

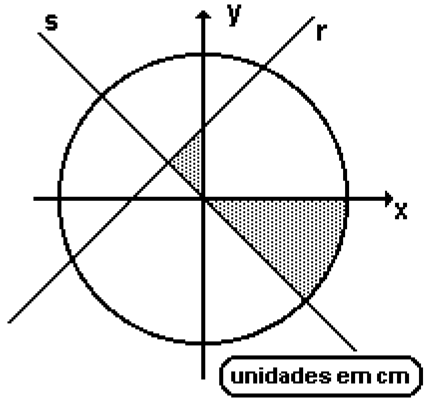
$$\begin{cases} y = 1/x \\ x^2 + y^2 = r^2 \end{cases}$$

O menor valor inteiro de r para que o sistema acima apresente quatro soluções reais é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

73. (Uerj) Observe as regiões hachuradas do plano cartesiano, que correspondem aos pontos que satisfazem o sistema de inequações a seguir:

$$\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y \geq -x \\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ x.y \leq 0 \end{cases}$$



Calcule:

a) o ângulo formado entre as retas r e s.

b) a área total das regiões hachuradas.

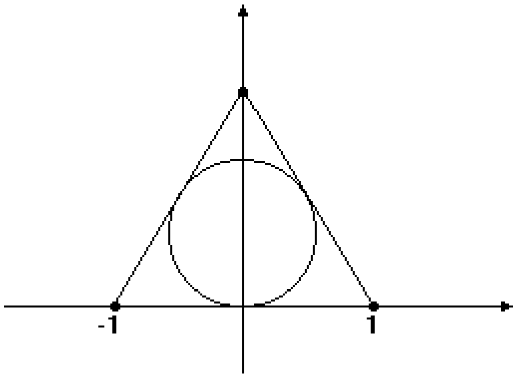
74. (Puccamp) Seja uma circunferência λ, cujo centro pertence ao eixo das abscissas e à reta de equação (√ 3.x)+y-(4√ 3)=0. Se (2,2√ 3) é um ponto de λ, a sua equação é

a) $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 12 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 16 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 8x = 0$
e) $x^2 + y^2 - 8y = 0$

75. (Ufrs) O centro O = (x, y) de uma circunferência que passa pelos pontos (-1, 1) e (1, 5), tem as coordenadas na relação

a) 2y + x = 6
b) 5y + 2x = 15
c) 5y + 3x = 15
d) 8y + 3x = 25
e) 9y + 4x = 36

76. (Ufrs) Considere a circunferência inscrita no triângulo equilátero, conforme mostra a figura a seguir:



A equação da circunferência é
a) $x^2 + (y - 1)^2 = 1$
b) $x^2 + (y - \sqrt{3}/2)^2 = 3/4$
c) $x^2 + (y - 2\sqrt{3}/3)^2 = 4/3$
d) $x^2 + (y - \sqrt{3}/4)^2 = 3/16$
e) $x^2 + (y - \sqrt{3}/3)^2 = 1/3$

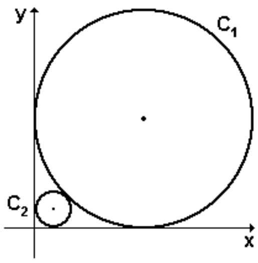
77. (Puccamp) Sejam o ponto P(-3; 0), a reta r de equação y=x+6 e a circunferência C de equação $x^2+y^2-4y=0$. É verdade que
a) P pertence ao interior de C.
b) P pertence a r.
c) r e C não têm pontos comuns.
d) r e C interceptam-se em um único ponto.
e) r e C interceptam-se em dois pontos

78. (Uff) A reta y - 2x + 5 = 0 tangencia, no ponto M, a circunferência C de equação $x^2 + y^2 = 5$. A reta y=-x +p intercepta C nos pontos M e Q.
Determine:

a) o valor de p;

b) as coordenadas dos pontos M e Q.

79. (Uff) A circunferência C_1, de raio 1, é tangente aos eixos coordenados, conforme representação abaixo.



Determine a equação da circunferência C_2, tangente simultaneamente aos eixos coordenados e à C_1.

80. (Ufes) Sabe-se que b>0 e que a reta 5y+b(x-5)=0 é tangente à circunferência $x^2+y^2=9$. O valor de b é
a) 15/4
b) 16/3
c) 6
d) 20/3
e) 7

81. (Ufsm) Dada a circunferência β : $x^2 + y^2 - 4x - 12 = 0$, então a circunferência α, que é concêntrica à circunferência β e tangente à reta r: x+y=0, é

a) $x^2 + (y + 2)^2 = 4$
b) $y^2 - 4x + y^2 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 4y + 2 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$
e) $(x + 2)^2 + y^2 = 2$

82. (Ufsc) Seja C uma circunferência de equação $x^2+y^2-2x-2y-6=0$, e seja r a reta de equação x+y=6. Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. A circunferência de centro no ponto (0, 0) e raio $\sqrt{2}$ é tangente externamente à circunferência C.
02. Com relação à posição de C e r, pode-se afirmar que C e r são secantes.
04. A circunferência C limita um círculo cuja área é 8π.
08. Em coordenadas cartesianas, o centro e o raio da circunferência C são (1,1) e $2\sqrt{2}$, respectivamente.
16. Com relação à posição do ponto P(2, 3) e C, pode-se afirmar que o ponto P é exterior à C.

83. (Mackenzie) Supondo $\pi = 3$, os pontos (x,y) do plano tais que

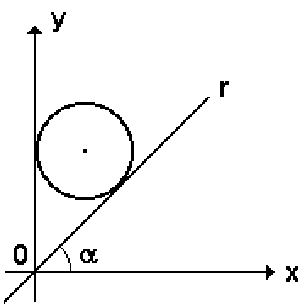
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2x \\ x^2 + y^2 \leq 2y \end{cases}$$

definem uma região de área:

a) 2,5
b) 2,0
c) 1,5
d) 1,0
e) 0,5

84. (Mackenzie) A circunferência da figura, tangente ao eixo e à reta r, tem equação $x^2+y^2-3x-2ky+k^2=0$. Se α=arctg3/4, então k vale:

a) 3,0
b) 3,5
c) 4,0
d) 5,0
e) 6,0



85. (Unioeste) Considere as circunferências

C_1: $x^2-10x+y^2-8y+32=0$
C_2: $x^2-16x+y^2-14y+104=0$

É correto afirmar que:

01. São circunferências concêntricas.
02. A circunferência C_1 tem centro em (5, 4).
04. A circunferência C_2 tem raio igual a 4 unidades.
08. A distância entre os centros de C_1 e C_2 é igual a $3\sqrt{2}$ unidades.
16. A reta que passa pelos centros das circunferências tem equação y=x-1.
32. As circunferências são tangentes internamente.
64. As circunferências interceptam-se nos pontos (5, 7) e (8, 4).

86. (Unioeste) A reta x+y-7=0 corta a circunferência $x^2+y^2-6x-4y+0=0$ em dois pontos. É correto afirmar que

01. (5, 2) é o ponto de intersecção da reta com a circunferência.
02. (3, 4) é o único ponto de intersecção da reta com a circunferência.
04. a circunferência tem centro no ponto (3, 2).
08. o raio da circunferência mede $\sqrt{2}$ unidades de comprimento.
16. a distância do centro da circunferência à reta dada é igual a $2(\sqrt{13})/13$ unidades de comprimento.
32. a área do triângulo formado pelos pontos de intersecção da reta com a circunferência e o centro da circunferência é igual a 2 unidades de área.

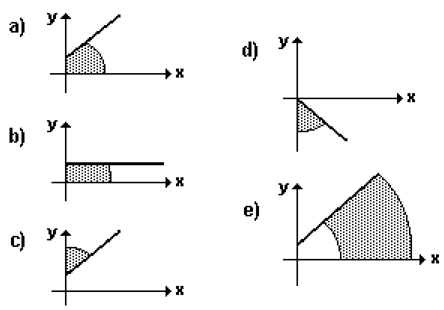
87. (Fuvest) Uma circunferência passa pelos pontos (2,0), (2,4) e (0,4). Logo, a distância do centro dessa circunferência à origem é:

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{4}$
d) $\sqrt{5}$
e) $\sqrt{6}$

88. (Fuvest) Das regiões hachuradas na seqüência, a que melhor representa o conjunto dos pontos (x, y), do plano cartesiano, satisfazendo ao conjunto de desigualdades

$x \geq 0$;
$y \geq 0$;
$x - y + 1 \geq 0$;
$x^2 + y^2 \leq 9$,

é:



89. (Ufpr) Considerando uma circunferência de raio 1 e centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, é correto afirmar:

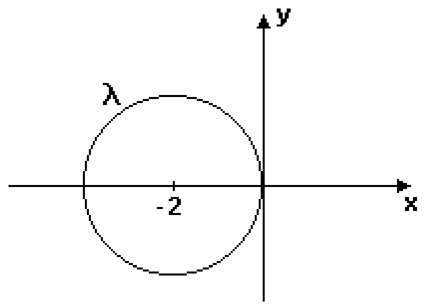
(01) A circunferência intercepta o eixo x no ponto (0,-1).
(02) Existe valor de α para o qual o ponto ($2\cos\alpha$, $\text{sen}\alpha$) pertence à circunferência.
(04) Se o ponto (a,a) pertence à circunferência, então $a=\sqrt{2}$.
(08) A circunferência intercepta a reta x-y+2=0 em dois pontos.
(16) A circunferência tem um diâmetro que contém o ponto (-1/2,-1/2) e é perpendicular à reta x+y+1=0.

Soma (   )

90. (Unesp) Seja $S=\{(x,y)$ e IR^2: $x^2+y^2\leq16$ e $x^2+(y-1)^2\geq9\}$ uma região do plano. A área de S é:
a) 5.
b) 7.
c) 5π .
d) 7π .
e) $7\pi^2$.

91. (Ita) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta 3x-y=37 e tangentes à circunferência $x^2+y^2-2x-y=0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 é a distância de r_2 até a origem, então d_1+d_2 é igual a
a) $\sqrt{12}$.
b) $\sqrt{15}$.
c) $\sqrt{7}$.
d) $\sqrt{10}$.
e) $\sqrt{5}$.

92. (Puccamp) A circunferência λ representada a seguir é tangente ao eixo das ordenadas na origem do sistema de eixos cartesianos.



A equação de λ, é
a) $x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 4y + 4 = 0$
c) $x^2 + y^2 + 4x = 0$
d) $x^2 + y^2 + 4y = 0$
e) $x^2 + y^2 + 4 = 0$

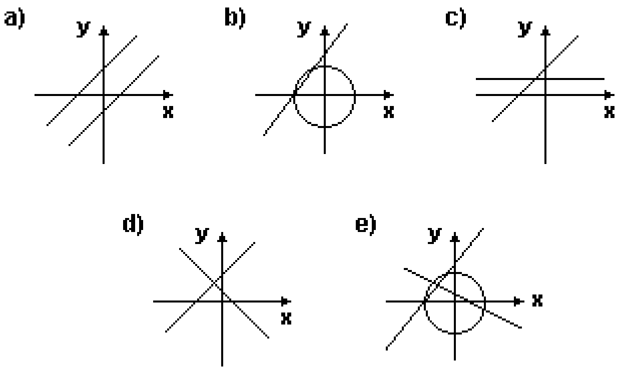
93. (Ufsm) A equação da circunferência de centro C(2,1) e tangente à reta 3x-4y+8=0 é
a) $(x^2+2)^2 + (y-1)^2=8$
b) $(x^2-2)^2 + (y-1)^2=2$
c) $(x-2)^2 + (y+1)^2=2$
d) $(x-2)^2 + (y-1)^2=4$
e) $(x-2)^2- (x-1)^2=4$

94. (Unirio) Considerando uma circunferência de centro (2,1), que passa pelo ponto (2,-2), assinale a opção correta.
a) A equação da circunferência é $(x-2)^2+(y-1)^2=3$.
b) O interior da circunferência é representado pela inequação $x^2+4x+y^2+2y<4$.
c) O interior da circunferência é representado pela inequação $x^2-4x+y^2-2y<4$.
d) O exterior da circunferência é representado pela inequação $x^2-4x+y^2-2y>-2$.
e) O ponto (5, -1) pertence à circunferência.

95. (Fgv) a) No plano cartesiano, considere a circunferência de equação $x^2+y^2-4x=0$ e o ponto $P(3,\sqrt{3})$.
Verificar se P é interior, exterior ou pertencente à circunferência.

b) Dada a circunferência de equação $x^2+y^2=9$ o ponto P(3,5), obtenha as equações das retas tangentes à circunferência, passando por P.

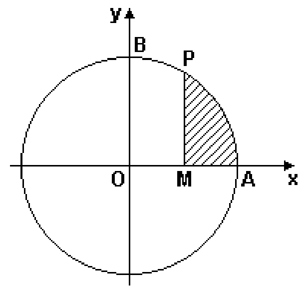
96. (Fuvest) O conjunto dos pontos (x, y) do plano cartesiano, cujas coordenadas satisfazem a equação $(x^2+y^2+1).(2x+3y-1).(3x-2y+3)=0$, pode ser representado, graficamente, por:



97. (Unesp) A equação da circunferência com centro no ponto C= (2,1) e que passa pelo ponto P= (0,3) é dada por

a) $x^2 + (y - 3)^2 = 0$.
b) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.
c) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$.
d) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$.
e) $x^2 + (y - 3)^2 = 8$.

98. (Ufpr) Na figura abaixo está representada uma circunferência de raio 6 e centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas. Dados A(6, 0), M(3, 0) e B(0, 6) e sendo P o ponto de interseção da circunferência com a reta que contém M e é perpendicular ao segmento OA, é correto afirmar:



(01) A equação da reta que contém A e B é x+y+6=0.
(02) A equação da circunferência é $x^2+y^2=36$.
(04) A área do triângulo OMP é igual a $9\sqrt{3}$.
(08) A área da região hachurada é igual a $(12\pi - 9\sqrt{3})/2$.
(16) A distância de P a M é menor que 6.
(32) Os segmentos OA e OP formam ângulo de 45°.

Soma (   )

99. (Ufsc) Dados, num sistema de coordenadas cartesianas, o ponto P de coordenadas (1,2), a reta s de equação x+y-1=0 e a circunferência C de equação $x^2+y^2+4x+4y+4=0$.
Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. A menor distância do ponto P à circunferência C é de 3 unidades de comprimento.
02. A equação da reta que passa pelo ponto P e é perpendicular à reta s é x+y-3=0.
04. Com relação à posição de C e s, pode-se afirmar que C e s são tangentes.
08. A área do triângulo, cujos vértices são o ponto P, o centro da circunferência C e o ponto Q de coordenadas (1,-2) , é de 6 unidades de área.

100. (Ufpr) Em um sistema de coordenadas cartesianas no plano, considere, para cada número real m, a reta de equação y=mx e a circunferência de equação $x^2+y^2-10x = 0$.

Então, é correto afirmar:

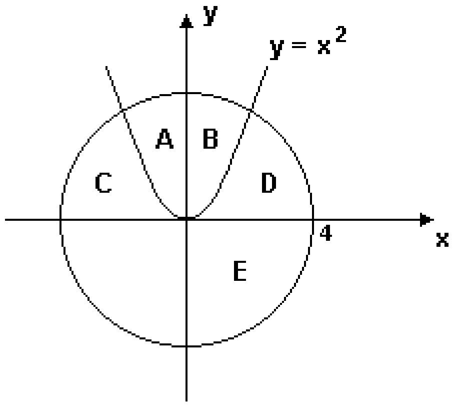
(01) A medida do raio da circunferência é 5.
(02) Se m=10, a reta é tangente à circunferência.
(04) Qualquer que seja o valor de m, a reta contém a origem do sistema.

(08) Se m=1, a reta determina na circunferência uma corda de comprimento 5.
(16) A circunferência é tangente ao eixo y.
(32) Se m=3, um dos pontos de interseção da reta com a circunferência é (1, 3).

Soma (   )

101. (Unifesp) A região do plano cartesiano, determinada simultaneamente pelas três condições

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ y \geq x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



é aquela, na figura, indicada com a letra
a) A.
b) B.
c) C.
d) D.
e) E.

102. (Unifesp) A equação $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 12 = 0$, em coordenadas cartesianas, representa uma circunferência de raio 1 e centro
a) (- 6, 4).
b) (6, 4).
c) (3, 2).
d) (-3, -2).
e) (6, -4).

103. (Uerj) Um dado triângulo é formado pelas retas (r), (s) e (t), abaixo descritas.

(r): $2x - 3y + 21 = 0$

(s): $3x - 2y - 6 = 0$

(t): $2x + 3y + 9 = 0$

Calcule, em relação a esse triângulo:

a) sua área;

b) a equação da circunferência circunscrita a ele.

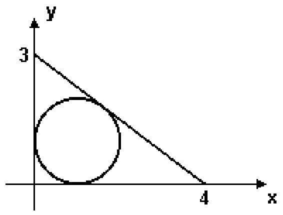
104. (Ita) Considere o seguinte raciocínio de cunho cartesiano: "Se a circunferência de centro C=(h,0) e raio r intercepta a curva $y = +\sqrt{x}$, $x > 0$, no ponto $A = (a, \sqrt{a})$ de forma que o segmento $\overline{AC}$ seja perpendicular à reta tangente à curva em A, então x = a é raiz dupla da equação em x que se obtém da intersecção da curva com a circunferência."
Use este raciocínio para mostrar que o coeficiente angular dessa reta tangente em A é $1/2\sqrt{a}$.

105. (Fgv) A reta de equação y = x - 1 determina, na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 13$, uma corda de comprimento:
a) $4\sqrt{2}$
b) $5\sqrt{2}$
c) $6\sqrt{2}$
d) $7\sqrt{2}$
e) $8\sqrt{2}$

106. (Ufscar) O raio da circunferência inscrita em um triângulo de lados a, b e c pode ser calculado pela fórmula

$$r = \sqrt{\{[(p - a)(p - b)(p - c)]/p\}},$$

onde p é o semi-perímetro do triângulo. Os catetos de um triângulo retângulo medem 3 e 4 e estão sobre os eixos cartesianos, conforme a figura.



Determine nesse triângulo

a) o raio da circunferência inscrita.

b) a equação da circunferência inscrita.

107. (Ufsm) As retas r e s tangenciam a circunferência de equação $x^2+y^2-4x+3=0$, respectivamente, nos pontos P e Q e passam pelo ponto O (0, 0). A medida do ângulo PÔQ vale
a) 15°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 90°

108. (Ufv) Sabendo que o ponto (4, 2) é o ponto médio de uma corda AB da circunferência $(x-3)^2+y^2=25$, determine:

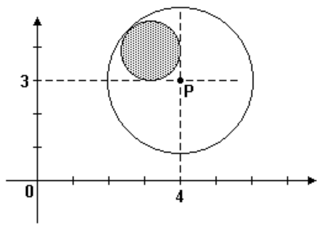
a) A equação da reta que contém A e B.

b) As coordenadas dos pontos A e B.

c) A distância entre A e B.

109. (Ufv) Considere a equação $x^2 + y^2 - 6x + 4y + p = 0$. O maior valor inteiro p para que a equação anterior represente uma circunferência é:
a) 13
b) 12
c) 14
d) 8
e) 10

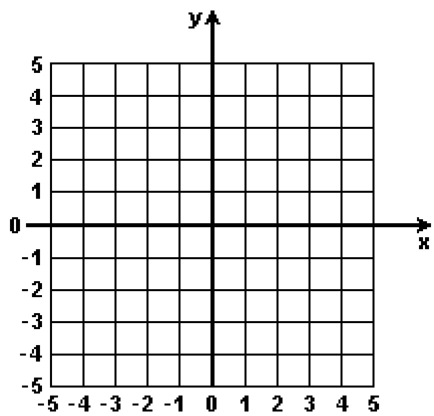
110. (Pucpr) A área da região assinalada na figura é 4π. A equação da circunferência de centro em P é, então:



a) $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 7 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 13 - 8\sqrt{2} = 0$
e) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 13 - 8\sqrt{2} = 0$

111. (Uel) Uma circunferência de raio 2 tem centro na origem do sistema cartesiano de coordenadas ortogonais. Assim, é correto afirmar:
a) Um dos pontos em que a circunferência intercepta o eixo x é (0, 1).
b) A reta de equação y=-2 é tangente à circunferência.
c) A equação da circunferência é $x^2+y^2+4=0$.
d) A reta de equação y=x+2 não intercepta a circunferência.
e) O ponto (2, 2) está no interior da circunferência.

112. (Ufrn) Observando a região quadriculada no plano cartesiano a seguir,



a) esboce o quadrado contido nessa região, no qual as extremidades de um dos lados são os pontos (-4, 2) e (-2,0) e determine as coorden adas dos outros vértices desse quadrado;

b) esboce os gráficos das retas y=x e y=x-2;

c) esboce o círculo de centro no eixo x que seja tangente a ambas as retas do subitem b;

d) determine o raio do círculo esboçado no subitem c;

e) determine as coordenadas do centro do círculo esboçado no subitem c.

113. (Ufrs) No sistema de coordenadas cartesianas retangulares, a reta de equação y=x+b intercepta a curva de equação $x^2+y^2=8$. Então

a) $|b| \leq \sqrt{2}$.
b) $|b| \leq 2\sqrt{2}$.
c) $2\sqrt{2} \leq b \leq 4$.
d) $\sqrt{2} \leq b \leq 2\sqrt{2}$.
e) $|b| \leq 4$.

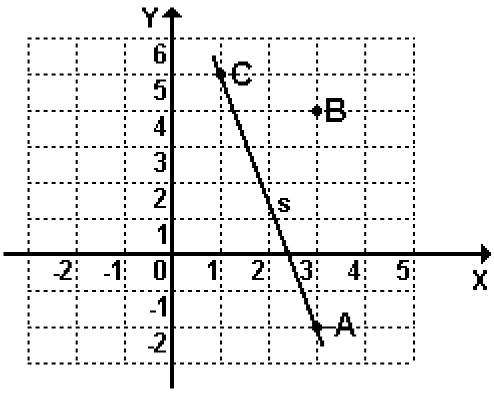
114. (Fei) No plano cartesiano, A=(1, 0) e B=(0, 2) são pontos de uma mesma circunferência. O centro dessa circunferência é ponto da reta y=3-x. Assinale a alternativa que corresponda ao centro dessa circunferência.
a) C = (3/2, 1/2)
b) C = (3/2, 3/2)
c) C = (5/2, 1/2)
d) C = (0, 3)
e) C = (1, 2)

115. (Pucpr) A distância do ponto P(1;8) ao centro da circunferência $x^2+y^2-8x-8y+24=0$ é:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 6

116. (Ufal) As sentenças abaixo referem-se à circunferência C, de equação $x^2+y^2+2x-4y-4=0$.

( ) O ponto (-2, 2) pertence ao exterior de C.
( ) O ponto (1, 6) pertence ao exterior de C.
( ) O ponto (-1, -1) pertence a C.
( ) O ponto (-5, 0) pertence ao interior de C.
( ) O ponto (0, 1) pertence ao exterior de C.

117. (Ufrn) Considere a reta s e os pontos A, B e C representados na figura a seguir.

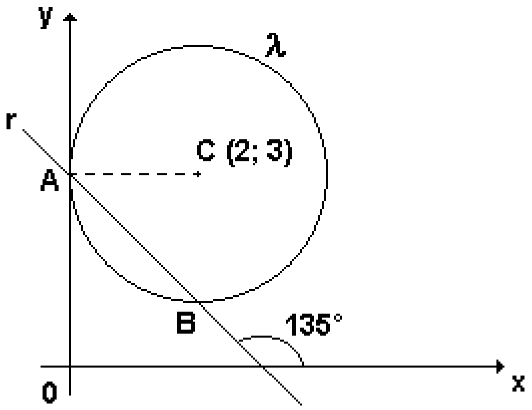


a) Determine as coordenadas cartesianas dos pontos A, B e C.
b) Determine uma equação cuja representação gráfica seja a reta s.
c) Determine uma equação cuja representação gráfica seja a circunferência de centro C que passa pelo ponto B.

118. (Ufpi) Se uma circunferência no segundo quadrante, tangente a ambos os eixos, toca o eixo y no ponto (0, 3), então o centro dessa circunferência é o ponto:
a) (-3, 0)
b) (-3, 3)
c) (3, 3)
d) (-4, 3)
e) (2, 3)

119. (Ufal) São dados os pontos A(0;0), B(2; 4), C(6; 2) e a circunferência λ, de raio 1 e equação $x^2+y^2-16x+my+n=0$. Se o centro de λ, o ponto A e o ponto médio do segmento $\overline{BC}$ estão alinhados, então o valor de n é
a) 100
b) 99
c) 64
d) 36
e) 28

120. (Uel)



A equação da circunferência de centro em A e raio $\overline{AB}$ é

a) $x^2 + y^2 - 6y + 8 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 6y - 1 = 0$

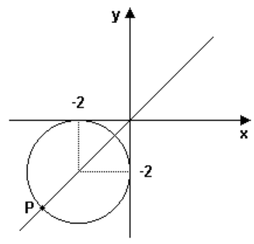
121. (Ufc) Seja r a reta tangente à circunferência $x^2+y^2=2$ no ponto (a,b). Se a área do triângulo limitado por r e pelos eixos coordenados é igual a 2u.a. e se a e b são positivos, o valor de a+b é:

a) $2\sqrt{2}$
b) 1
c) $\sqrt{2}$
d) 3
e) 2

122. (Ufc) Mostre que para qualquer ponto P pertencente à circunferência inscrita em um triângulo eqüilátero, a soma dos quadrados das distâncias de P aos vértices desse triângulo é constante.

123. (Ufes) Calcule a área do triângulo formado pelo eixo y e pelas retas tangentes à circunferência de centro C(5,3) e raio 5 nos pontos de abscissa x=2.

124. (Ufrn) A circunferência de centro no ponto (-2,-2) e tangente aos eixos coordenados é interceptada pela bissetriz do 3° quadrante, conforme a figura abaixo.



O ponto P, assinalado na figura, tem coordenadas:

a) $x = -2\sqrt{3}$; $y = -2\sqrt{3}$
b) $x = -2-\sqrt{3}$; $y = -2-\sqrt{3}$
c) $x = -2\sqrt{2}$; $y = -2\sqrt{2}$
d) $x = -2-\sqrt{2}$; $y = -2-\sqrt{2}$

125. (Ufv) O gráfico da equação $x^3y+xy^3-xy=0$ consiste de:

a) duas retas e uma parábola.
b) duas parábolas e uma reta.
c) dois círculos e uma reta.
d) duas retas e um círculo.
e) um círculo e uma parábola.

126. (Ufv) Determine os valores de R para que o gráfico da equação $x^2+y^2+4x+6y+R=0$ seja:

a) um círculo.

b) um ponto.

127. (Ufrrj) Se a área de uma figura é representada pela solução do sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x - y + 3 \leq 0, \end{cases}$$

pode-se afirmar que esta área corresponde a

a) $9\pi/4$.
b) $[9(\pi - 2)]/4$.
c) $[3(\pi - 3)]/2$.
d) $[3(\pi - 3)]/4$.
e) $(\pi - 3)/3$.

128. (Ufrrj) Em um circo, no qual o picadeiro tem - no plano cartesiano - a forma de um círculo de equação igual a $x^2+y^2-12x-16y-300\leq0$, o palhaço acidentou-se com o fogo do malabarista e saiu desesperadamente do centro do picadeiro, em linha reta, em direção a um poço com água localizado no ponto (24, 32). Calcule a distância d percorrida pelo palhaço, a partir do momento em que sai do picadeiro até o momento em que chega ao poço.

129. (Pucrs) Uma circunferência tem centro na interseção da reta x=-2 com o eixo das abscissas e passa pelo ponto de interseção das retas y=-2x+8 e y=x+2. A equação dessa circunferência é

a) $x^2 + y^2 = 20$
b) $x^2 + (y+2)^2 = 32$
c) $(x+2)^2+y^2 = 32$
d) $(x-2)^2 + y^2 = 32$
e) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 32$

130. (Uff) Cada ponto P(x,y) de uma curva C no plano xy tem suas coordenadas descritas por:

$$\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ y = 2 + \operatorname{sen} t \end{cases} \quad , 0 \leq t \leq \pi$$

a) Escreva uma equação de C relacionando, somente, as variáveis x e y.
b) Calcule o comprimento de C.

131. (Fgv) No plano cartesiano, a reta de equação x = k tangencia a circunferência de equação $(x-2)^2+(y-3)^2=1$. Os valores de k são:
a) -2 ou 0
b) -1 ou 1
c) 0 ou 2
d) 1 ou 3
e) 2 ou 4

132. (Ufc) O segmento que une os pontos de interseção da reta 2x + y - 4 = 0 com os eixos coordenados determina um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é:

a) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$
b) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$
c) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$
d) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$
e) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$

133. (Unicamp) As equações $(x+1)^2 + y^2 = 1$ e $(x-2)^2 + y^2 = 4$ representam duas circunferências cujos centros estão sobre o eixo das abscissas.

a) Encontre, se existirem, os pontos de intersecção daquelas circunferências.
b) Encontre o valor de $a \in$ IR, $a \neq 0$, de modo que duas retas que passam pelo ponto (a, 0), sejam tangentes às duas circunferências.

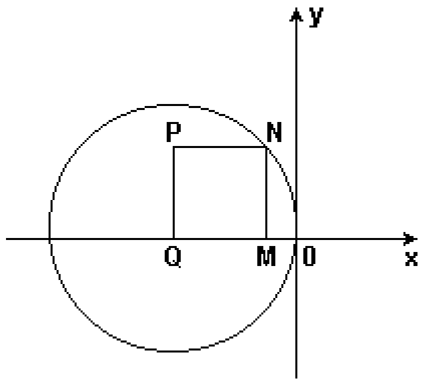
134. (Unesp) Considere a circunferência λ, de equação $(x-3)^2+y^2=5$.
a) Determine o ponto P = (x, y) pertencente a λ, tal que y=2 e x>3.
b) Se r é a reta que passa pelo centro (3,0) de λ e por P, dê a equação e o coeficiente angular de r.

135. (Ufpr) Considere as seguintes informações: C é uma circunferência de raio igual a 1 e centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas retangulares; um ponto estará no interior da circunferência C se a distância do ponto à origem do sistema for menor do que 1. Assim, é correto afirmar:

(01) A equação da circunferência C é $x^2 + y^2 + 1 = 0$.
(02) O ponto P(cos ω, sen ω) pertence à circunferência C, qualquer que seja o número real ω.
(04) A reta y = x + 1 intercepta a circunferência C em dois pontos.
(08) A reta y + 1 = 0 é tangente à circunferência C.
(16) O ponto (1, 1) está no interior da circunferência C.
(32) O gráfico da função y = sen 2x intercepta o eixo x apenas uma vez no interior da circunferência C.

Soma (   )

136. (Pucsp) Seja $x^2 + y^2 + 4x = 0$ a equação da circunferência de centro Q representada no plano cartesiano a seguir.



Se o quadrado PQMN tem os vértices Q e M sobre o eixo das abcissas e o vértice N pertence à circunferência, o ponto N é dado por

a) $(\sqrt{2} - 2; \sqrt{2})$
b) $(-\sqrt{2} + 2; \sqrt{2})$
c) $(\sqrt{2} - 2; 2)$
d) $(-\sqrt{2} - 2; 2 - \sqrt{2})$
e) $(-\sqrt{2}; 2 - \sqrt{2})$

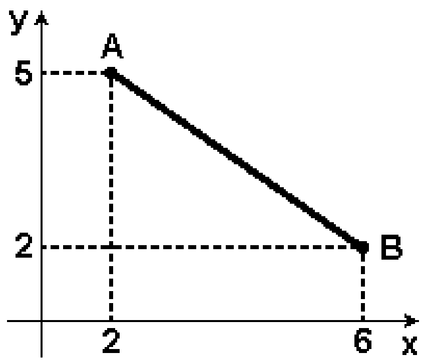
137. (Ufes) Em um sistema de coordenadas cartesianas com origem O, considere a circunferência C dada pela equação $x^2+y^2-4x-8y+15=0$, cujo centro indicamos por P. A reta OP intersecta C em dois pontos A e B, onde A é o mais próximo da origem. A equação da reta que tangencia a circunferência C no ponto A é
a) $x - 2y + 3 = 0$
b) $x + 2y - 5 = 0$
c) $2x + y - 4 = 0$
d) $2x + y - 5 = 0$
e) $2x - y - 4 = 0$

138. (Ufjf) Sobre o conjunto de pontos de interseção da circunferência $x^2 + (y - 2)^2 = 2$ com a reta $mx - y + 2 = 0$, onde m é real, podemos afirmar que:
a) contém um único ponto.
b) é o conjunto vazio.
c) contém dois pontos.
d) contém três pontos.
e) depende de m.

139. (Pucmg) Considere a circunferência C de equação $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$ e a reta r de equação $x+y = 0$. É CORRETO afirmar:
a) r é tangente a C.
b) r não corta C.
c) r corta C no ponto (1, 1).
d) r passa pelo centro de C.

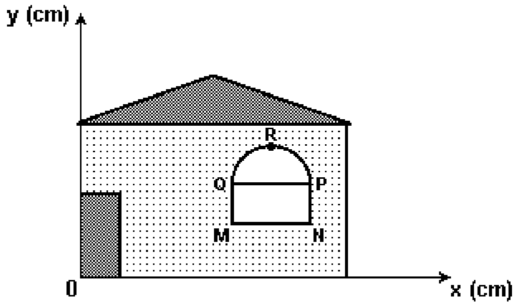
140. (Pucrs) Uma formiga caminha sobre um plano onde está localizado um referencial cartesiano. Inicia seu deslocamento S em um ponto sobre a curva de equação $x^2 + y^2 = 1$ (x e y em cm) na qual está se movimentando, e NÃO passa por um mesmo ponto mais de uma vez. Então, S é um número real tal que
a) $0 \leq S \leq 2\pi$.
b) $\pi \leq S \leq 2\pi$.
c) $0 \leq S \leq \pi$.
d) $0 \leq S < 2\pi$.
e) $\pi \leq S < 2\pi$.

141. (Ufsm)



O segmento $\overline{AB}$ da figura representa um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é dada por
a) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 20 = 0$
b) $x^2 - y^2 + 8x - 7y + 20 = 0$
c) $x^2 + y^2 = 25$
d) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 22 = 0$
e) $- x^2 + y^2 + 8x + 7y - 22 = 0$

142. (Uff) Um arquiteto deseja desenhar a fachada de uma casa e, para isto, utiliza um programa de computador. Na construção do desenho, tal programa considera o plano cartesiano e traça curvas a partir de suas equações.
Na fachada, a janela tem a forma do retângulo MNPQ encimado pela semicircunferência PRQ, conforme mostra a figura:



Para desenhar a janela o arquiteto precisa da equação da semicircunferência PRQ. Sabe-se que o segmento MN é paralelo ao eixo Ox e tem comprimento igual a 2 cm, que MQ tem comprimento igual a 1 cm e que o ponto M tem coordenadas (4, 3/2). Uma possível equação da semicircunferência é dada por:
a) $y = (-5/2) - \sqrt{[1 - (x - 5)^3]}$
b) $y = (5/2) + \sqrt{[1 + (x - 5)^3]}$
c) $y = (-5/2) + \sqrt{[1 - (x - 5)^2]}$
d) $y = (5/2) + \sqrt{[1 - (x - 5)^2]}$
e) $y = (5/2) + \sqrt{[1 + (x - 5)^2]}$

143. (Uem) Considere o paralelogramo MNPQ. Os vértices M e N desse paralelogramo são determinados pelas interseções entre a reta r de equação $y = -x - 1$ e a circunferência C de equação $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$, sendo que o ponto M está sobre o eixo das ordenadas e o vértice Q tem coordenadas (2,1).
Nessas condições, é correto afirmar que
01) o outro vértice do paralelogramo está sobre o eixo OX.
02) o paralelogramo é um retângulo.
04) as diagonais do paralelogramo se interceptam nos seus pontos médios.
08) a área do paralelogramo é maior que a área do círculo de circunferência C dada.
16) a medida da diagonal desse paralelogramo é maior que 3 unidades de comprimento.
32) o centro da circunferência está no exterior do paralelogramo.

144. (Ufsc) Considere a circunferência C: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$ e a reta r: $4x + 3y - 10 = 0$.
Assinale a soma dos números associados à(s) proposição(ões) CORRETA(S).
(01) A circunferência C intercepta o eixo das abscissas em 2 (dois) pontos e o das ordenadas em 1 (um) ponto.
(02) O centro de C é o ponto (3, 4).
(04) A distância da reta r ao centro de C é menor do que 4.
(08) $r \cap C = \varnothing$.
(16) A função y dada pela equação da reta r é decrescente.

145. (Pucpr) O gráfico de $x^2 + y^2 - 6|y| = 0$ representa:
a) uma circunferência com centro no eixo y.
b) uma circunferência com centro no eixo x.
c) um par de circunferências tangentes com centros no eixo x.
d) um par de circunferências tangentes com centros no eixo y.
e) um par de circnferências concêntricas com centros no eixo x.

146. (Pucrs) O raio da circunferência centrada na origem que tangencia a reta de equação $y = x - 1$ é
a) 1
b) 1/2
c) $\sqrt{2}$
d) $(\sqrt{2})/2$
e) $(\sqrt{2}) - 1$

147. (Unesp) Considere a circunferência $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ e o ponto P(0, -3).
a) Encontre uma equação da reta que passe por P e tangencie a circunferência num ponto Q de abscissa positiva.
b) Determine as coordenadas do ponto Q.

148. (Ita) Sejam r e s duas retas que se interceptam segundo um ângulo de 60°. Seja C□uma circunferência de 3 cm de raio, cujo centro O se situa em s, a 5 cm de r.
Determine o raio da menor circunferência tangente à C□e à reta r, cujo centro também se situa na reta s.

149. (Ita) Sejam os pontos A: (2, 0), B: (4, 0) e P: (3, 5+2√ 2).
a) Determine a equação da circunferência C, cujo centro está situado no primeiro quadrante, passa pelos pontos A e B e é tangente ao eixo y.
b) Determine as equações das retas tangentes à circunferência C que passam pelo ponto P.

150. (Ufes) Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, considere as circunferências dadas pelas equações

$$(6x - 25)^2 + 36y^2 = 25^2$$
$$64x^2 + (8y - 25)^2 = 25^2$$

A equação da reta determinada pelos centros dessas circunferências é
a) $25x + 25y = 25^2$
b) $64x + 36y = 25^2$
c) $36x + 64y = 25^2$
d) $8x + 6y = 25$
e) $6x + 8y = 25$

151. (Ufrrj) Represente graficamente a região do plano que é dada por
$\{ (x,y) \in IR^2$ tal que $x^2 + y^2 \leq 1$, $y < 1 - |x|$ e $y > -1 - x \}$

152. (Ita) Uma circunferência passa pelos pontos A = (0, 2), B = (0, 8) e C = (8, 8).
Então, o centro da circunferência e o valor de seu raio, respectivamente, são
a) (0, 5) e 6.
b) (5, 4) e 5.
c) (4, 8) e 5,5.
d) (4, 5) e 5.
e) (4, 6) e 5.

153. (Ita) Seja C a circunferência de centro na origem, passando pelo ponto P = (3, 4). Se t é a reta tangente a C por P, determine a circunferência C' de menor raio, com centro sobre o eixo x e tangente simultaneamente à reta t e à circunferência C.

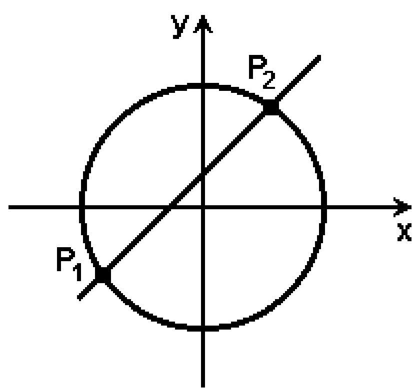
154. (Pucpr) A área da região plana compreendida entre $x^2 + y^2 \leq 9$ e $|x| + |y| \geq 3$ é igual a:
a) 9 (π + 2)
b) 9 (π - 2)
c) 3 (2π - 3)
d) 4 (3π - 5)
e) 4 (2π - 5)

155. (Ufg) Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \\ y = mx, \; m \in R \end{cases}$$

a) Represente graficamente, no plano cartesiano, o sistema quando a reta y = mx passa pelo centro da circunferência descrita pela primeira equação.
b) Determine o conjunto de valores de m para que o sistema admita duas soluções.

156. (Ufrj) A reta y = x + k , k fixo, intercepta a circunferência $x^2 + y^2 = 1$ em dois pontos distintos, P□ e P_2, como mostra a figura a seguir.



a) Determine os possíveis valores de k.
b) Determine o comprimento do segmento P_1P_2 em função de k.

157. (Unicamp) As transmissões de uma determinada emissora de rádio são feitas por meio de 4 antenas situadas nos pontos A(0,0), B(100,0), C(60,40) e D(0,40), sendo o quilômetro a unidade de comprimento. Desprezando a altura das antenas e supondo que o alcance máximo de cada antena é de 20 km, pergunta-se:

a) O ponto médio do segmento BC recebe as transmissões dessa emissora? Justifique sua resposta apresentando os cálculos necessários.

b) Qual a área da região limitada pelo quadrilátero ABCD que não é alcançada pelas transmissões da referida emissora?

158. (Uff) Considere a equação

$(m+n-1)x^2+(m-n+1)y^2+2x+2y-2=0.$

Pode-se afirmar que:

a) Se m=0 e n=2 então a equação representa uma elipse.
b) Se m=n=0 então a equação representa uma reta.
c) Se m=0 e n=1 então a equação representa uma parábola.
d) Se m=1 e n=2 então a equação representa uma hipérbole.
e) Se m=n=1 então a equação representa uma circunferência.

159. (Mackenzie) **I** - Se $0 < x < \pi/2$, então os pontos (sen x, -cos x), (-sen x, cos x) e (-1, cos x) sempre são vértices de um triângulo.

II - Se a e b são números reais tais que a > b > 0, então as retas $x - ay + a^2 = 0$ e $x + by + b^2 = 0$ nunca são paralelas.

III - A reta $x + y - 5\sqrt{2} = 0$ é tangente à curva $x^2 + y^2 - 25 = 0$.

Relativamente às afirmações acima, podemos afirmar que:

a) somente **I** e **II** são verdadeiras.
b) somente **I** e **III** são verdadeiras.
c) somente **II** e **III** são verdadeiras.
d) todas são falsas.
e) todas são verdadeiras.

160. (Ufsm) Sendo $a \neq k\pi$, $k \in Z$, e P(x, y) um ponto do plano tal que

cos a = (4x - 16)/5 e cossec a = 5/(4y - 8),

pode-se afirmar que P(x, y) é um ponto da circunferência de raio ____ que está centrada no ponto_____ .

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

a) 5; (4, 2)
b) 5; (16, 8)
c) 5/4; (4/5, 2/5)
d) 5/4; (4, 2)
e) 1; (cos a, sen a)

GABARITO

1. [D]

2. [B]

3. [A]

4. [A]

5. 02 + 16 = 18

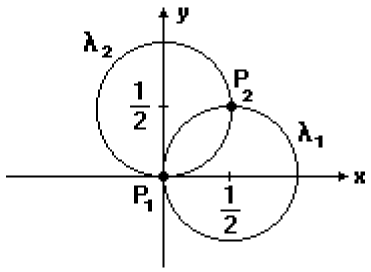
6. 01 + 02 + 04 = 07

7. a) P (a, 0)/-1 < a <1

b) P' [2c/(c^2+1); (c^2-1)/(c^2+1)]

8. a) Observe a figura:

$$\lambda_1: x^2 + y^2 = x \begin{cases} C_1\left(\frac{1}{2}, 0\right) \\ r_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \qquad \lambda_2: x^2 + y^2 = y \begin{cases} C_2\left(0, \frac{1}{2}\right) \\ r_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$



b) Um ponto de intersecção é (0,0) e as retas tangentes às respectivas circunferências por este ponto são x = 0 e y = 0, que são perpendiculares.
O outro ponto de intersecção é (1/2, 1/2) e as retas tangentes às respectivas circunferências por este ponto são y = 1/2 e x = 1/2 que são perpendiculares.

9. [D]

10. y = x - 1 e y = -x + 5

11. a) m = -1/2
b) y = 2x e o ponto A pertence à mediatriz
c) y = -x/2

12. A corda mede (60 √ 61)/61 unidades de comprimento

13. [B]

14. a) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$

b) λ: $(x - 6)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 12$
λ_2: $(x - 14)^2 + (y - 14\sqrt{3}/3)^2 = 196/3$

15. (3 + √ 2/2; 4 - √ 2/2) e (3 - √ 2/2; 4 + √ 2/2)

16. a) x - 2y - 1 = 0
b) $(x - 3) + (y - 1)^2 = 1$

17. [A]

18. [D]

19. [C]

20. [A]

21. [D]

22. [E]

23. [C]

24. [E]

25. [E]

26. [A]

27. [B]

28. a) x + 2y - 6 = 0
b) $(x - 4/5)^2 + (y - 13/5)^2 = 4/5$

29. (5/2, 1/2)

30. [B]

31. [B]

32. [A]

33. [A]

34. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

35. [A]

36. 03

37. [A]

38. [C]

39. [D]

40. [D]

41. [D]

42. a) (7,7)
b) 10π km/h

43. [B]

44. [E]

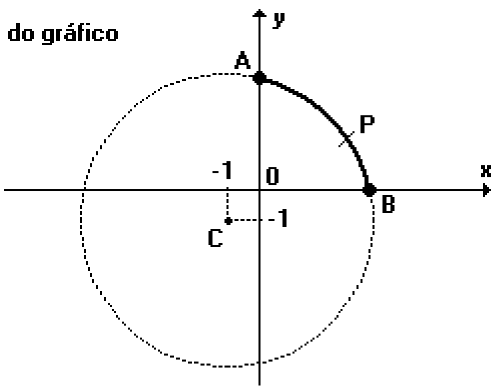
45. [A]

46. [A]

47. a) (1,1) e (1, -7)
b) $\sqrt{2}$ e $5\sqrt{2}$

48. a) Gráfico:

a) Esboço do gráfico



Nome da curva: arco de circunferência.

b) x = 1,63 toneladas e y = 3,26 toneladas, aproximadamente.

49. [B]

50. [E]

51. [E]

52. [A]

53. Os vértices pedidos são: (5, 5), (4, -2) e (-2, 6).

54. [B]

55. [D]

56. [A]

57. [C]

58. a)
$0 < x < 120$
$y = 0$
$x^2 + (y - 40)^2 > 50^2$
$| x - y - 20 | < 20 . \sqrt{2}$

b) $30 < x < 20 . (1 + \sqrt{2})$

59. [B]

60. 04 + 16 = 20

61. [A]

62. [B]

63. [D]

64. [C]

65. [A]

66. [B]

67. $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 5$

68. [A]

69. [C]

70. [D]

71. a) A situado entre B e C = 10/3 cm
A situado fora de B e C = 10 cm

b) $3x^2 + 3y^2 - 40x + 100 = 0$, circunferência de círculo.

72. [B]

73. a) 90°
b) $A = (1 + 2\pi)$ u.a./4

74. [D]

75. [A]

76. [E]

77. [C]

78. a) p = 1

b) M (2, -1); Q (-1, 2)

79. $[x-(2-\sqrt{2})/(2+\sqrt{2})]^2 + [y-(2-\sqrt{2})/(2+\sqrt{2})]^2 =$
$= [(2-\sqrt{2})/(2+\sqrt{2})]^2$

80. [A]

81. [D]

82. 04 + 08 = 12

83. [E]

84. [A]

85. F V F V V F V

86. V F V F F V

87. [D]

88. [A]

89. 02 + 08 = 10

90. [D]

91. [E]

92. [C]

93. [D]

94. [C]

95. a) Pertence.

b) $x - 3 = 0$ e $8x - 15y + 51 = 0$

96. [D]

97. [C]

98. 02 + 08 + 16 = 26

99. 01 + 08 = 09

100. 01 + 04 + 16 + 32 = 53

101. [B]

102. [D]

103. a) 97,5

b) $[x - (9/4)]^2 + [y - (17/2)]^2 = 2197/16$

104. $(x - h)^2 + y^2 = r^2$
$y = \sqrt{x}$

$x^2 + (1-2h)x + (h^2 - r^2) = 0$

a é raiz dupla:
$S = 2a = 2h - 1$
$h = a + 1/2$

$m_{AC} = -2\sqrt{a}$
portanto o coeficiente angular da reta tangente é $1/(2\sqrt{a})$.

105. [B]

106. a) 1

b) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

107. [D]

108. a) $x + 2y - 8 = 0$

b) (8,0) e (0,4)

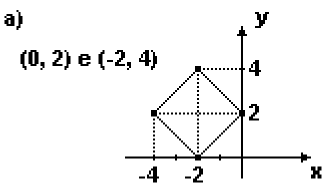
c) $4\sqrt{5}$

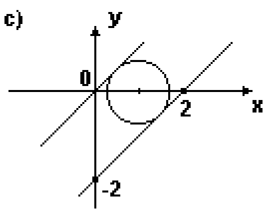
109. [B]

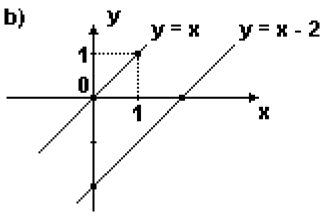
110. [D]

111. [B]

112. Observe os gráficos a seguir:







d) $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) C (1,0)

113. [E]

114. [B]

115. [D]

116. F V V F F

117. a) A (3, -2); B(3, 4); C(1, 5)

b) s: $7x + 2y - 17 = 0$

c) λ: $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 5$

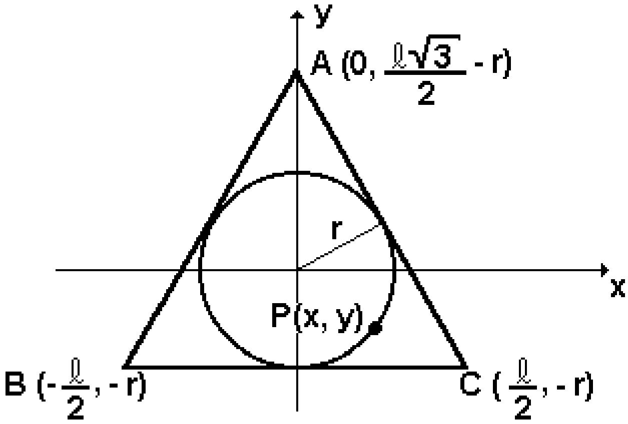
118. [B]

119. [B]

120. [C]

121. [E]

122. Sejam l o lado do triângulo e r o raio da circunferência.



$[(l\sqrt{3})/2 - r]^2 = r^2 + (l/2)^2$
$(3l^2)/4 - rl\sqrt{3} + r^2 = r^2 + l^2/4$
$(3l^2)/4 - rl\sqrt{3} = l^2/4$
$(2l^2)/4 - rl\sqrt{3} = 0$
$l(l/2 - r\sqrt{3}) = 0$

Como $l \neq 0$, temos:
$l/2 - r\sqrt{3} = 0 l = 2r\sqrt{3}$

Para qualquer ponto P(x,y) sobre a circunferência, a soma dos quadrados de suas distâncias aos vértices do triângulo é:
$x^2 + [y - (l\sqrt{3})/2 + r]^2 + (x - l/2)^2 + (y + r)^2 +$
$+ (x + l/2)^2 + (y + r)^2 =$
$x^2 + y^2 - 3l^2/4 + r^2 - yl\sqrt{3} + 2yr - lr\sqrt{3} + x^2 -$
$- xl + l^2/4 + y^2 + 2yr + r^2 + x^2 + xl + l^2/4 + y^2 + 2yr +$
$r^2 =$
$3x^2 + 3y^2 + 5l^2/4 + 3r^2 - yl\sqrt{3} + 6yr - lr\sqrt{3} =$
$5l^2/4 + 6r^2 - yl\sqrt{3} + 6yr - lr\sqrt{3} =$
$5l^2/4 + 6r^2 - y2r\sqrt{3}\sqrt{3} + 6yr - 2r\sqrt{3}r\sqrt{3}$ (pois $l = 2r\sqrt{3}$) $=$
$5l^2/4 + 6r^2 - 6yr + 6yr - 6r^2 =$
$5l^2/4$.

Portanto para qualquer ponto P(x,y) sobre a circunferência, a soma dos quadrados de suas distâncias aos vértices do triângulo é constante e igual a $5l^2/4$.

123. 25/3 u.a.

124. [D]

125. [D]

126. a) $R < 13$

b) $R = 13$

127. [B]

128. O centro é (6:8) e o raio é 20 metros, portanto ele percorreu 10 metros.

129. [C]

130. a) C: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$, $0 \leq x \leq 2$ e $2 \leq y \leq 3$

b) π

131. [D]

132. [A]

133. a) (0; 0)
b) $a = -4$

134. a) P(4;2)
b) $y = 2 \cdot x - 6$ e $m_r = 2$

135. 01 + 02 + 04 + 08 + 32 = 47

136. [A]

137. [B]

138. [C]

139. [D]

140. [D]

141. [D]

142. [D]

143. itens corretos: 01, 02, 04, 08 e 16
itens incorretos: 32

144. proposições corretas: 01, 04 e 16
proposições incorretas: 02 e 08

145. [D]

146. [D]

147. a) $(\sqrt{21})x - 2y - 6 = 0$
b) $Q = (2\sqrt{21}/5;\ 6/5)$

148. $(29 - 16\sqrt{3})$ cm

149. a) Uma equação para C pode ser:

$$(x-3)^2 + (y-2\sqrt{2})^2 = 9.$$

b) As equações das retas tangentes à circunferência C podem ser:

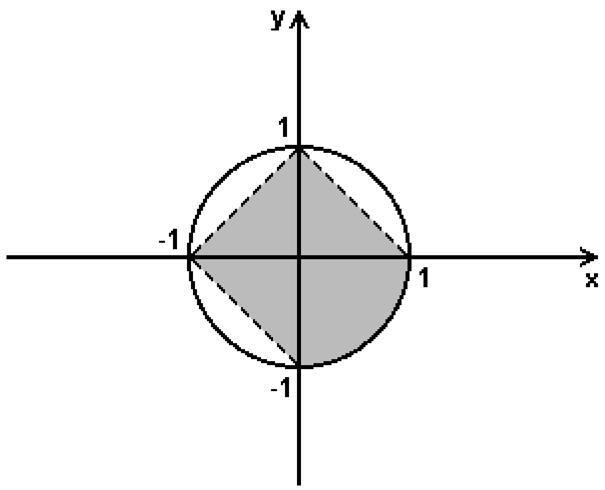
$$y - (5 + 2\sqrt{2}) = (4/3)(x-3)$$

e

$$y - (5 + 2\sqrt{2}) = -(4/3)(x-3)$$

150. [E]

151. Observe a figura abaixo:

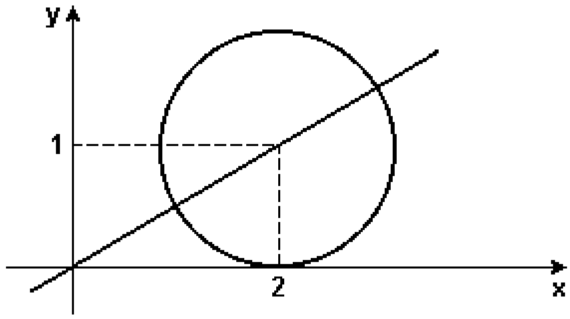


152. [D]

153. C': $16x^2 + 16y^2 - 200x - 225 = 0$

154. [B]

155. a) Calculando o centro (C) e o raio (r) da circunferência, encontramos: C(2,1) e r = 1.



b) 0 < m < 4/3

156. a) | k | < √ 2.

b) √ [2 (2 - k^2)].

157. a) Não

b) 400 (8 - π) km^2

158. [E]

159. [E]

160. [D]