

## AO ESTUDANTE

Seja bem vindo ao Curso de Física do Prof Renato Brito, especialista no ensino de Física para Vestibulandos de Medicina e Odontologia em Fortaleza.

É sempre um enorme prazer ministrar aulas de alto nível para alunos do padrão de excelência dos vestibulandos de Medicina e Odontologia. Tenho a dimensão exata da qualidade do ensino de Física que você precisa para ter sucesso no vestibular e farei tudo que estiver ao meu alcance para que sua meta seja atingida.

Esse material foi especialmente produzido para o seu *Curso de Física Especial para Medicina e Odontologia - edição UFRN 2004* com todo o carinho, para que você possa tirar máximo proveito dos conceitos da Física que apresentados.

Imagino que a maioria de vocês esteja cansada e desgastada com as provas específicas da UFC que se realizaram nesse fim de semana. Até isso foi levado em consideração na preparação desse material. A teoria aqui apresentada tem uma linguagem leve, clara e irreverente, para tornar o seu aprendizado prazeroso. Apesar disso, é completa e rigorosa do ponto de vista Físico.

O material conta com exercícios de classe (série pensando em classe) e de casa (pensando em casa) para que você possa aferir os conhecimentos e fixar conceitos recebidos em sala. A resolução completa das questões de casa lhe será fornecida, para evitar maiores desgastes e contra-tempos, tendo em vista a pequena duração desse curso e a proximidade do vestibular da UFRN.

Dentro e fora de sala de aula, o Renato Brito é mais do que o seu professor, é o seu companheiro nessa jornada da Física, portanto, esteja sempre à vontade para tirar dúvidas dentro ou fora de sala de aula. O professor Renato Brito ensina Física com um prazer inigualável, com dedicação exclusiva a você aluno, que tem *um engenheiro do ITA a serviço da sua aprovação em Medicina e Odontologia*.

Conte comigo sempre,



Prof Renato Brito

Fortaleza, 4 de Dezembro de 2003

## 1 - Introdução

Nesse módulo, iremos estudar a Dinâmica da rotação, através de analogias entre o movimento circular e o movimento retilíneo. Você aprenderá os conceitos de torque (momento de uma força), momento de inércia e momento angular.

## 2 - Torque, Momento de Inércia e Segunda Lei de Newton para a Rotação

Seja um disco rígido que pode girar em torno do seu centro. Para alterar a sua velocidade angular  $\omega$ , é necessário aplicar um torque sobre ele.

Assim como uma força pode ser imaginada como um puxão, o torque é como uma torção, capaz de aumentar ou diminuir a velocidade angular  $\omega$  do disco, isto é, capaz de causar aceleração angular  $\alpha$ . O torque é também conhecido como momento da força e trata-se de uma grandeza vetorial.

Imaginemos esse disco como sendo um sistema de partículas onde todas giram juntas em torno do centro comum com mesma velocidade  $\omega$  e aceleração  $\alpha$  angulares.

Logicamente, os pontos que estão mais distantes do centro apresentam maior velocidade linear ou escalar  $v$  (m/s)..

Seja  $F_i$  a força que atua sobre a  $i$ -ésima partícula do disco, que fica a uma distância  $r_i$  do seu centro (figura 1). Apenas a componente tangencial  $F_{it}$  dessa força causa um torque  $T$  (torção, momento) dada por:

$$T_i = F_{it} \cdot r_i = (F_i \cdot \sin \alpha) \cdot r_i \quad (1)$$

A componente tangencial  $F_{it}$  se relaciona com a aceleração tangencial  $a_{it}$  pela 2ª Lei de Newton:

$$F_{it} = m_i \cdot a_{it} \quad (2)$$

A aceleração tangencial (linear)  $a_{it}$  se relaciona com a angular  $\alpha$  e a distância  $r_i$  da partícula  $m_i$  ao centro de rotação por:

$$a_{it} = \alpha \cdot r_i \quad (3)$$

Das relações 1, 2 e 3, obtemos o torque que atua sobre uma partícula  $m_i$  do disco:

$$T_i = F_{it} \cdot r_i = (m_i \cdot a_{it}) \cdot r_i = m_i \cdot (\alpha \cdot r_i) \cdot r_i = m_i \cdot r_i^2 \cdot \alpha$$

$$T_i = m_i \cdot r_i^2 \cdot \alpha \quad (4)$$

Aqui é importante ficar claro que o corpo rígido está sendo tratado como um sistema de partículas. O torque total que atua sobre o corpo é a soma dos torques que atuam sobre cada partícula que o compõe.

$$T_{res} = \sum T_i = T_1 + T_2 + T_3 \dots \text{ com } T_i = m_i \cdot r_i^2 \cdot \alpha$$

$$\sum T_i = \sum m_i \cdot r_i^2 \cdot \alpha = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \alpha + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \alpha + m_3 \cdot r_3^2 \cdot \alpha + \dots = (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \dots) \cdot \alpha = (\sum m_i \cdot r_i^2) \cdot \alpha = I \cdot \alpha$$

$$T_{res} = \sum T_i = I \cdot \alpha, \text{ onde } I = \sum m_i \cdot r_i^2 \text{ é o chamado } \mathbf{Momento de Inércia} \text{ do corpo.}$$

Note que a aceleração angular  $\alpha$  é comum a todas as partículas, por isso foi colocada em evidência. Concluimos, portanto, que o torque total que atua sobre o disco causa uma aceleração angular  $\alpha$  (rad/s<sup>2</sup>) dada por:

$$T_{res} = I \cdot \alpha \quad (5)$$

$$I = \sum m_i \cdot r_i^2 \quad (6)$$

$T_{res}$	torque resultante que atua sobre o corpo
$I$	momento de inércia do corpo
$\alpha$	aceleração angular com que o corpo gira (rad/s <sup>2</sup> )

A relação (5) é a segunda Lei de Newton para a rotação. Trata-se do análogo rotacional da segunda lei de Newton para o movimento linear,  $F_{res} = m \cdot a$ . Enquanto uma força causa uma aceleração  $a$ , o torque causa uma aceleração angular  $\alpha$  :

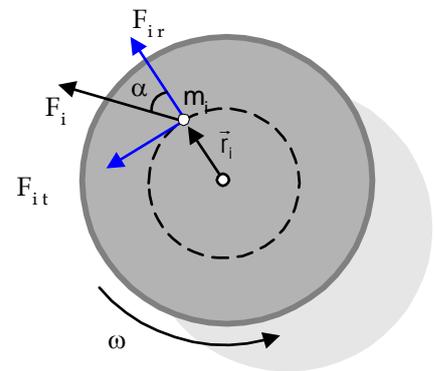


figura 1

empurrão  
ou torção = inércia x aceleração

$$\mathbf{T}_{\text{res}} = \mathbf{I} \cdot \alpha$$

$$\mathbf{F}_{\text{res}} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}$$

A seguir, interpretaremos fisicamente o significado do momento de inércia

### 3 - Entendendo o Momento de Inércia de um corpo

O momento de inércia  $I$  é a inércia rotacional do corpo. Ele indica a resistência que o corpo oferece às modificações do seu movimento de rotação. É o análogo rotacional da massa.

O momento de inércia  $I$  de um corpo depende da distribuição da massa no seu interior em relação ao eixo de rotação. Quanto mais distante do eixo estiverem as porções de massa que compõem o corpo, maior será o seu momento de inércia em relação àquele eixo.

O momento de inércia, diferentemente da massa (que é propriedade intrínseca do corpo), depende da forma do corpo e da localização do eixo de rotação.

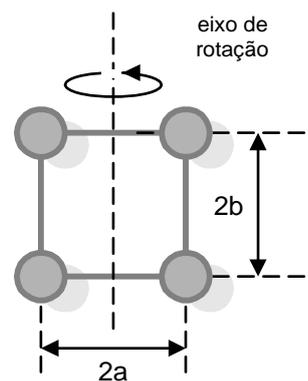
O exemplo a seguir esclarecerá melhor o conceito.



## Pensando em Classe

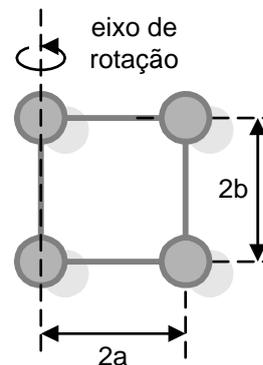
### Questão 1 - sala:

A figura mostra um sistema composto por quatro partículas puntiformes de mesma massa  $M$ , fixas a uma grade retangular de lados  $2a$  e  $2b$  e massa desprezível. a) Determine o momento de inércia  $I$  do sistema em relação ao eixo indicado. b) por que o momento de inércia independe de  $b$ ?



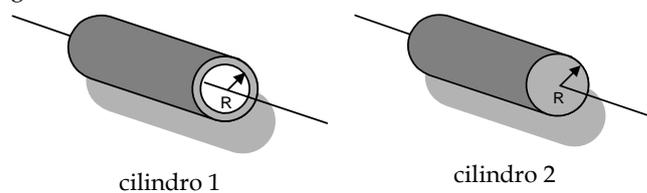
**Questão 2 - sala:**

A figura mostra um sistema composto por quatro partículas puntiformes de mesma massa  $M$ , fixas a uma grade retangular de lados  $2a$  e  $2b$  e massa desprezível. Determine o momento de inércia  $I$  do sistema em relação ao eixo indicado.



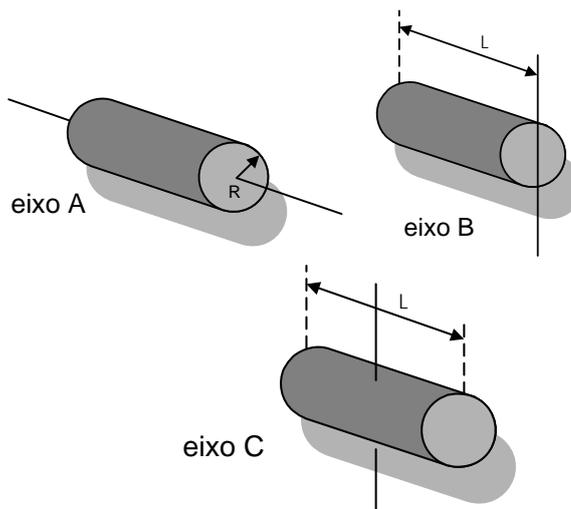
**Questão 3 - sala:**

As figuras a seguir ilustram dois cilindros de alumínio, sendo um oco e outro maciço, ambos de mesma massa  $M$ . Qual dos cilindros apresenta maior momento de inércia em relação ao eixo longitudinal?



**Questão 4 - sala:**

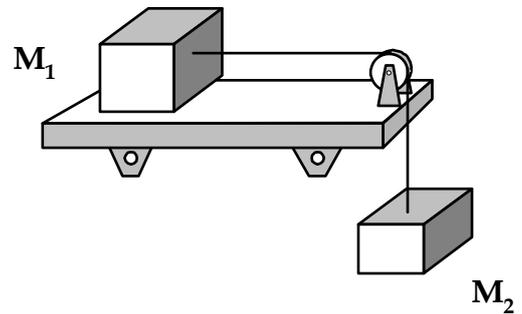
O cilindro 2 pode ser girado em torno de 3 eixos A, B e C esquematizados a seguir. O momento de inércia do cilindro em relação a cada um desses eixos vale respectivamente  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$ . Coloque em ordem crescente os momentos de inércia  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$ .



**Questão 5 – sala:**

Dois corpos estão presos a um cordel que passa por uma polia de raio  $R$  e momento de inércia  $I$ . O corpo de massa  $M_1$  desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito. O corpo de massa  $M_2$  está pendurado no cordel.

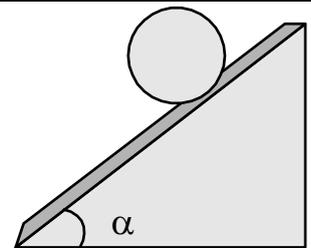
- a) Calcular a aceleração  $a$  dos dois corpos e as tensões  $T_1$  e  $T_2$  admitindo que não haja escorregamento entre o cordel e a polia.  
b) Verifique o resultado, analisando dois casos: (1) o momento de inércia da polia  $I$  é desprezível ( $I \cong 0$ ); (2) o momento de inércia da polia é muito grande ( $I \rightarrow \infty$ .)



**Questão 6 – sala:**

Uma bola maciça homogênea, de massa  $m$  e raio  $R$ , foi abandonada do repouso do topo de uma rampa áspera que forma ângulo  $\alpha$  com a horizontal. Sabendo que a bola maciça rola sem escorregar:

- a) Determine a aceleração  $a_{cm}$  do centro de massa da bola, durante a descida. Consulte a tabela de momentos de inércia.  
b) Determine a aceleração  $a_{cm}$  de um cilindro maciço e de um aro cilíndrico descendo essa ladeira. Consulte a tabela de momentos de inércia  
c) As acelerações encontradas anteriormente dependem da massa  $m$  ou do raio  $R$  do sólido? Por que ela é menor que  $g \cdot \sin \alpha$ ? quanto ela valeria se não houvesse atrito?  
d) Abandonando do topo do plano inclinado, ao mesmo tempo, um cilindro maciço, uma esfera maciça e um aro cilíndrico, estabeleça a ordem de chegada dos corpos à base da ladeira.  
e) Durante a descida, o atrito estático não realiza trabalho. A conservação de energia permite calcular a velocidade  $v_{cm}$  final do centro de massa de cada um desses corpos, após descer toda a rampa de altura  $h$  a partir do repouso. Estabeleça uma ordem para as velocidades  $v_{cm}$  de chegada dos corpos ao final da rampa.



$$E_{pot} = E_{cin\ total}$$
$$mgh = E_{cin-rotação} + E_{cin-translação}$$
$$mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{m \cdot V_{cm}^2}{2}, \text{ com } V_{cm} = \omega \cdot R$$

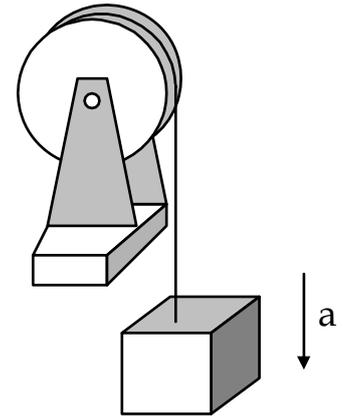
- f) Se não houvesse atrito, os corpos escorregariam ladeira abaixo sem rolar. Nesse caso, qual deles atingiria o final da rampa primeiro? E qual deles teria maior velocidade ao final da rampa?



## Pensando em Casa

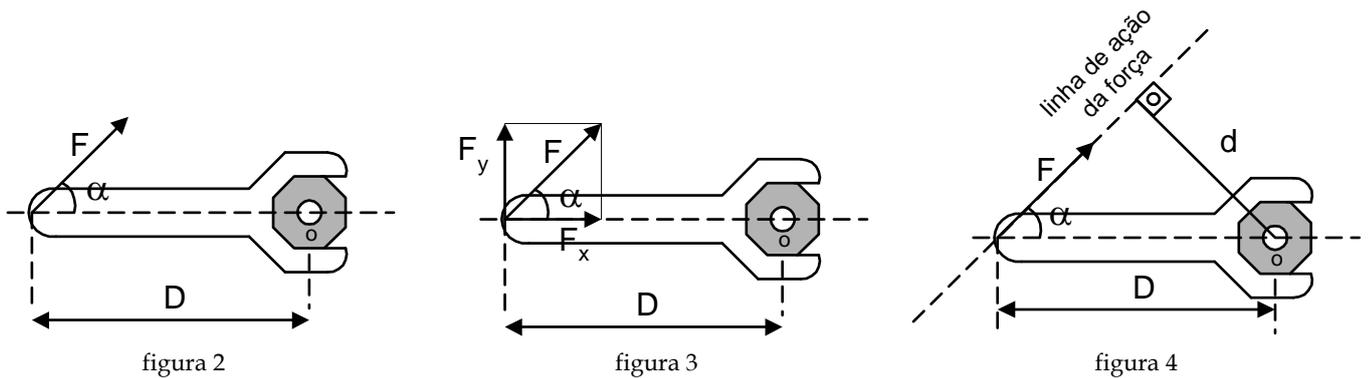
### Questão 1 - casa:

Um corpo de massa  $m$  está pendurado num cordel que passa por uma polia cujo momento de inércia em relação ao próprio eixo vale  $I$  e tem raio  $R$ . A polia tem rolamento sem atrito e o cordel não escorrega pela sua borda. O prof Renato Brito pede para você calcular a tensão no cordel e a aceleração do corpo. A gravidade vale  $g$ .



#### 4 - Momento angular de um móvel

Você certamente lembra como se calcula “o momento de uma força em relação a um ponto O”. O momento de uma força, também chamado de torque, mede a tendência de rotação que uma força causa a um sistema.



As figuras acima mostram que, para calcular o momento da força F (figura 2) em relação ao ponto O, existem duas possibilidades:

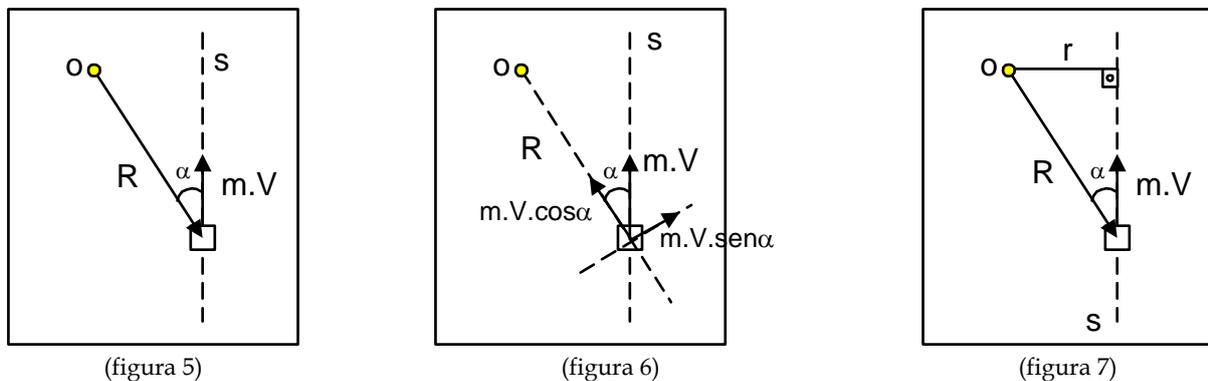
- 1) Decompor a força (figura 3) e calcular o momento apenas da componente  $F_y$  que realmente causa tendência de rotação.

$$M = F_y \cdot D = F \cdot \text{sen}\alpha \cdot D \quad (7)$$

- 2) Não decompor a força. Para compreender melhor, seja a “Linha de ação da força” a reta que se obtém quando se prolonga a força F (figura 4). O momento dessa força pode ser calculado usando a distância d da “linha de ação da força” até o ponto O (segundo a definição geométrica de distância de ponto a reta). Essa distância vale  $d = D \cdot \text{sen}\alpha$ :

$$M = F \cdot d = F \cdot (D \cdot \text{sen}\alpha) = F \cdot D \cdot \text{Sen}\alpha \quad (8)$$

“O momento angular  $L$  de um móvel em relação a um ponto O é calculado de forma semelhante, por isso, pode ser interpretado como sendo “o momento da quantidade de movimento  $\vec{Q} = m \cdot \vec{V}$  do móvel em relação a um ponto O”. Para calcular o momento angular de um móvel, seguimos o mesmo raciocínio do cálculo do momento de uma força, apenas substituindo o vetor força F pelo vetor quantidade de movimento do móvel. Veja a seguir:



Seja um móvel de massa  $m$  (figura 5) se deslocando sobre a reta S com quantidade de movimento  $Q = m \cdot V$ . O seu momento angular  $L$  em relação ao ponto O pode ser calculado de duas formas:

- 1) Decompondo o vetor quantidade de movimento e tomando apenas a componente  $(m \cdot v \cdot \text{sen}\alpha)$  que concentra a rotação (figura 6) do móvel em torno do ponto O:

$$L = (m \cdot V \cdot \text{sen}\alpha) \cdot R \quad (9)$$

- 2) Decompondo o vetor posição R, sem decompor o vetor quantidade de movimento. O segmento  $r$  representa (figura 7) a distância da reta suporte do vetor quantidade de movimento ao ponto de referência O; e seu comprimento vale  $r = R \cdot \text{sen}\alpha$ .

$$L = (m \cdot V) \cdot r = (m \cdot V) \cdot R \cdot \text{sen}\alpha \quad (10)$$

O vetor momento angular  $\vec{L}$  é perpendicular ao plano definido pelos vetores  $\vec{r}$  e  $m \cdot \vec{V}$  (figura 8), assim como o vetor torque ou momento de uma força  $\vec{M}$  é perpendicular ao plano definido pelos vetores  $\vec{r}$  e  $\vec{F}$ . O sentido dos vetores  $\vec{L}$  e  $\vec{M}$  é dado pela regra da mão direita.

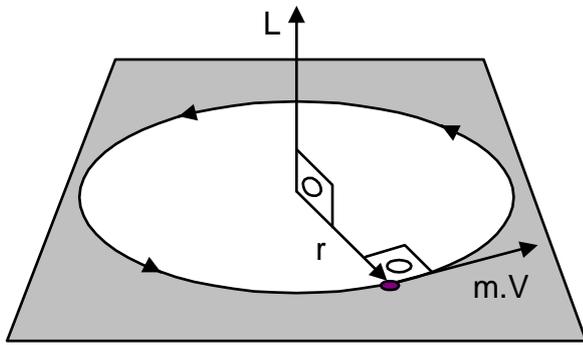


figura 8

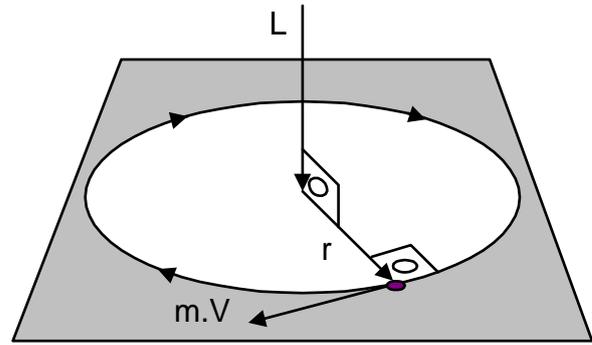


figura 9

Sem muito rigor matemático, partindo da expressão (10), é possível relacionar o momento angular  $L$  com o momento de inércia  $I$  e o torque  $T$  (ou momento  $M$  de uma força). Veja a seguir:

$$L = (m.V) \cdot r = m.(V) \cdot r = m.(\omega.r) \cdot r = m.r^2 \cdot \omega = I \cdot \omega \Rightarrow \mathbf{L} = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (11)$$

A expressão (11) é o análogo rotacional da relação  $Q = m.v$ , onde que  $Q$  é chamada de quantidade de movimento ou momento linear do móvel.

Quando um torque é aplicado sobre um móvel cujo momento angular vale  $L_0 = I \cdot \omega_0$ , ocorrerá um acréscimo de velocidade angular  $\Delta\omega$  e um conseqüente acréscimo de momento angular  $\Delta L$ . Como o torque aplicado se relaciona a esse acréscimo de momento angular sofrido pelo corpo? Veja a seguir:

$$\Delta L = L - L_0 = I.\omega - I.\omega_0 = I.(\omega - \omega_0) = I.\Delta\omega \Rightarrow \Delta L = I.\Delta\omega \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = I.\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = I.\alpha \quad (12)$$

$$\text{Assim, das relações (5) e (12), vem: } T_{\text{res}} \stackrel{(5)}{=} I.\alpha \stackrel{(12)}{=} \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \mathbf{T}_{\text{res}} = \frac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\text{A relação (13) é a análoga rotacional da expressão } F_{\text{res}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{m.V - m.V_0}{\Delta t} = \frac{m.(V - V_0)}{\Delta t} = m.\frac{\Delta V}{\Delta t} = m.a. \quad (14)$$

A relação (14) é a forma original da segunda lei de Newton proposta por ele mesmo. Assim, da mesma forma que a força resultante  $F_{\text{res}}$  mede a taxa ou rapidez com que o momento linear  $Q$  de um corpo varia, o torque resultante  $T_{\text{res}}$  mede a taxa ou rapidez com que o seu momento angular  $L$  varia.

## 5 - Conservação do Momento angular

Considere um sistema de partículas isolado de forças externas, isto é, a resultante das forças externas que atuam no sistema é nula. Assim, de acordo com a expressão (14) temos:

$$F_{\text{res-ext}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_F - Q_i}{\Delta t} = 0 \Rightarrow Q_F - Q_i = 0 \Rightarrow Q_F = Q_i$$

Interpretando fisicamente, se o único agente - capaz de causar variação da quantidade de movimento total de um sistema - não está presente ( $F_{\text{res-ext}} = 0$ ), então a quantidade de movimento não terá como sofrer variações ( $Q_F = Q_i$ ). Esse é o enunciado da conservação da quantidade de movimento em sistemas mecânicos isolados.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à conservação do momento angular de um sistema isolado de torques externos, isto é, um sistema onde o torque total aplicado pelas forças externas é nulo. De acordo com a expressão (13), vem:

$$T_{\text{res-ext}} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_F - L_i}{\Delta t} = 0 \Rightarrow L_F = L_i$$

Interpretando fisicamente, se o único agente - capaz de causar variação do momento angular total de um sistema - não está presente ( $T_{\text{res-ext}} = 0$ ), então o momento angular  $L$  não terá como sofrer variações ( $L_F = L_i$ ). Esse é o enunciado da conservação do momento angular em sistemas mecânicos isolados.

Um sistema pode estar isolado de torques externos basicamente em três situações:

**Situação 1** Nenhuma força externa atua sobre os corpos que compõem o sistema;

**Situação 2** Forças externas atuam sobre corpos do sistema, mas cada uma delas produz individualmente torque nulo. É o que ocorre em sistemas sujeitos a forças centrais, como a força elétrica coulombiana ou a força da atração entre massas (gravitação universal).

Quando um planeta gira em torno do sol, o seu momento angular em relação a ele permanece constante. Para entender o motivo desse fato, note que a única força que atua sobre o planeta é a gravitacional, que se trata de uma força central, (figura 10) isto é, uma força cuja linha de ação contém o centro do sol e do planeta. Por essa sua característica, a força gravitacional não é capaz de aplicar torque sobre o planeta (em relação ao sol), propiciando ao planeta um momento angular  $L$  constante durante sua órbita (figura 11), ou seja:

$$L = m \cdot v_1 \cdot R_1 \cdot \text{sen}\alpha_1 = m \cdot v_2 \cdot R_2 \cdot \text{sen}\alpha_2 = m \cdot v_3 \cdot R_3 \cdot \text{sen}\alpha_3 = \dots \text{constante}$$

Em particular, as posições 1 e 3 da figura 11 mostram respectivamente o afélio e periélio do movimento planetário, onde  $\alpha_1 = \alpha_3 = 90^\circ$ , o que nos permite concluir que:

$$L = m \cdot v_1 \cdot R_1 \cdot \text{sen}90^\circ = m \cdot v_3 \cdot R_3 \cdot \text{sen}90^\circ \Rightarrow v_1 \cdot R_1 = v_3 \cdot R_3$$

Sendo  $R_1 > R_3$ , temos que  $v_1 < v_3$ , ou seja, a velocidade do planeta no afélio é menor que no periélio. Em todo movimento planetário ocorre conservação de energia (só atuam forças conservativas) e conservação da quantidade de movimento (o torque total aplicado é nulo).

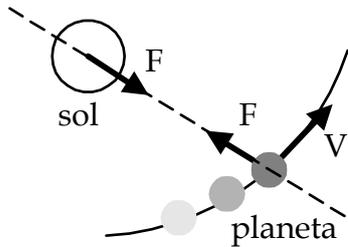


figura 10 - assim como uma força normal à trajetória seguida pelo corpo realiza trabalho nulo, uma força central aplica um torque  $T$  nulo sobre o corpo

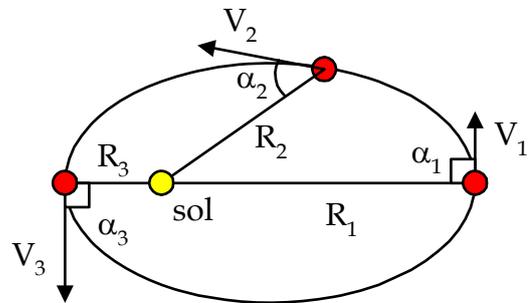


figura 11 - O momento angular de um sistema regido exclusivamente por forças centrais permanece constante.

Note que o fato do momento angular  $L$  do planeta permanecer constante **não** implica que a sua velocidade também deverá permanecer constante e, sim, o produto  $L = m \cdot v \cdot R \cdot \text{sen}\alpha$ . Assim, astros que se movem em trajetórias elípticas têm velocidade escalar  $V$  variável durante o seu percurso ( $v$ ,  $R$  e  $\alpha$  variam, mas  $L$  permanece constante), ao contrário de astros que descrevem trajetórias circulares, que apresentam velocidade escalar constante ( $v$ ,  $R$  e  $\alpha$  permanecem constantes).

**Situação 3** Forças externas aplicam torques não nulos sobre o sistema, mas a resultante desses torques é nula.

A conservação do momento angular está presente em nossa vida diária de forma sutil, como no movimento suave de uma bailarina. Para adquirir velocidade angular  $\omega$ , a bailarina inicialmente troca um impulso com o solo mantendo os braços abertos e passa a girar com um momento angular  $L = I \cdot \omega$ . Em seguida, apoiando o peso do seu corpo na ponta dos dedos para minimizar o contato com o solo, ela fecha os braços em torno de si, diminuindo o seu momento de inércia  $I = \sum m_i \cdot r_i^2$ . Estando livre de torques externos, o momento angular de spin (rotação) dela deve permanecer constante à medida que fecha os braços.

Assim, para que  $L = I \cdot \omega$  permaneça constante enquanto  $I$  diminui, haverá um aumento da velocidade angular  $\omega$  da bailarina à medida que fecha os seus braços. É dessa forma que as bailarinas adquirem considerável velocidade angular  $\omega$  durante o seu movimento.

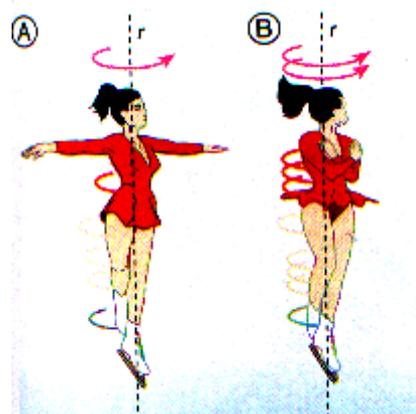


figura 12

Os conceitos de torque e momento angular também estão presentes no funcionamento de um helicóptero que possui, além da hélice principal, uma outra, menor, na lateral traseira. Analisemos o seu funcionamento:

Quando o motor é ligado, a hélice principal gira impulsionando o ar para baixo (força de ação). Pelo princípio da ação e reação, o ar aplica uma força de reação vertical para cima sobre as hélices, fazendo o helicóptero subir.

A partir desse momento, qualquer variação  $\Delta\omega$  da velocidade angular da hélice produz uma variação do seu momento angular.



figura 13

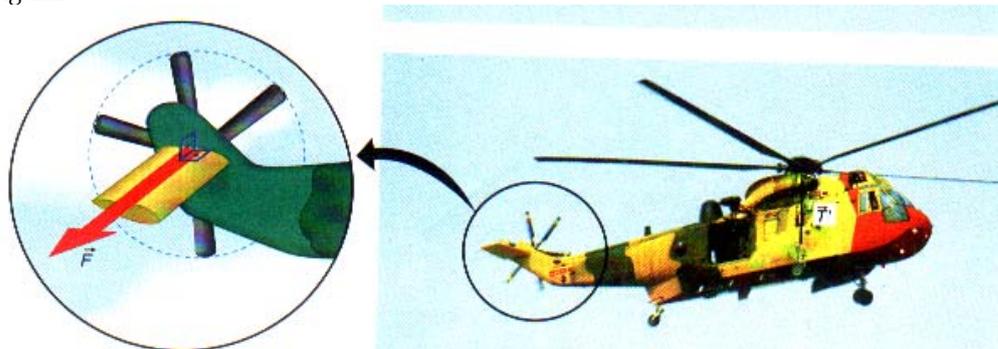


figura 14

Um aumento da velocidade angular  $\Delta\omega$  das hélices, por exemplo, requer que os motores apliquem forças que gerem o torque  $\vec{T}$  necessário sobre as hélices. Seja  $-\vec{T}$  a reação ao torque  $\vec{T}$ , aplicada pelas hélices sobre o corpo do helicóptero. Essa reação tende a girar o corpo do helicóptero no sentido oposto ao da hélice principal.

Para que isso não ocorra, é necessária a existência da hélice lateral. Esta, ao girar, empurra o ar, que reage e a empurra de volta, causando uma força que se transmite para a cauda do helicóptero. O torque  $\vec{T}_c$  aplicado por essa força anula o torque  $-\vec{T}$  que as hélices aplicaram sobre o helicóptero, dando estabilidade ao aparelho. A intervenção da hélice lateral é necessária, portanto, sempre que estiver havendo variação  $\Delta\omega$  da velocidade angular da hélice principal, a fim de cancelar o torque que faz o helicóptero tender a girar no sentido oposto ao da hélice principal (caso  $\omega$  esteja aumentando) ou no mesmo sentido dela (caso  $\omega$  esteja sendo reduzido com freio motor).

Os conceitos de torque e momento angular também estão presentes na física das bicicletas e motos. Um motoqueiro, por exemplo, consegue fazer uma curva apenas inclinando a moto (figura 15), sem girar o guidão. Como isso é possível?

Quando o motoqueiro inclina a moto (figura 16) fazendo uso de forças internas, a força peso passa a aplicar sobre o sistema um torque externo  $\vec{T}$  (figura 17A) perpendicular ao plano dessa folha, saindo dela. É esse torque que causará uma variação do momento angular do sistema, causando a rotação da moto. Como isso acontece?

O momento angular  $L$  da roda coincide com o seu próprio eixo (figura 17B). Por simplicidade, tomemos apenas a componente  $L_x$  na mostrada na figura 17C.

Esse momento angular  $L_i = L_x$  (figura 18), após sofrer um acréscimo  $\Delta\vec{L} = \vec{T}\Delta t$  na mesma direção e sentido do torque  $\vec{T}$ , variará de  $L_i$  para  $L_f$ .

Figura 15



Moto deslocando-se em linha reta.

Figura 16



Moto fazendo curva para a direita.

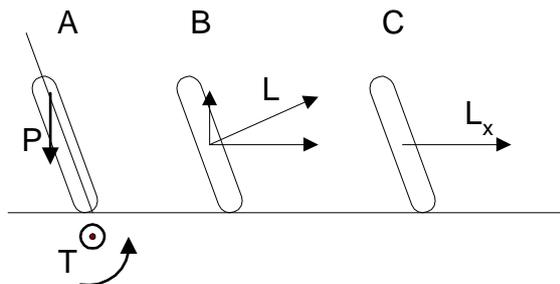


figura 17 - A força peso aplica um torque  $T$  saindo perpendicular ao plano do papel saindo dele. Esse torque causará uma variação no momento angular  $L_x$

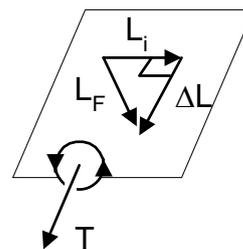


figura 18 - O momento angular  $L_x$ , representado por  $L_i$ , sofre uma variação  $\Delta L$ . Note a mudança da direção do vetor  $L$ , ao passar de  $L_i$  para  $L_f$

Assim, percebemos que o torque causado pelo peso do sistema, quando o motoqueiro inclina a moto, causa uma mudança na direção do seu momento angular  $\vec{L}$  (figura 19). Como o momento angular  $\vec{L}$  se mantém perpendicular ao plano da roda, uma mudança de direção desse vetor implica uma mudança na direção do plano da roda. Dessa forma, a roda vai girando junto com o momento angular  $L$ , enquanto o motoqueiro permanecer inclinado. Assim é que os motoqueiros e ciclistas fazem a curva sem girar o guidão.

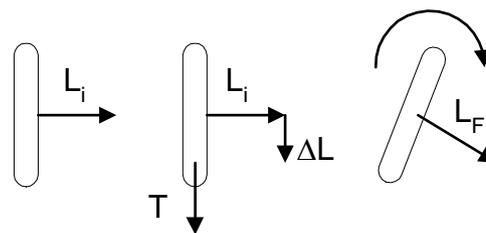


figura 19 - vista de cima da roda da motocicleta - o vetor momento angular, que se mantém perpendicular ao plano da roda, sofre uma rotação  $\alpha$ , o mesmo ocorrendo ao eixo da roda.

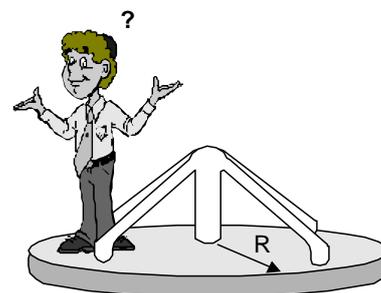


## Pensando em Classe

### Questão 7- sala:

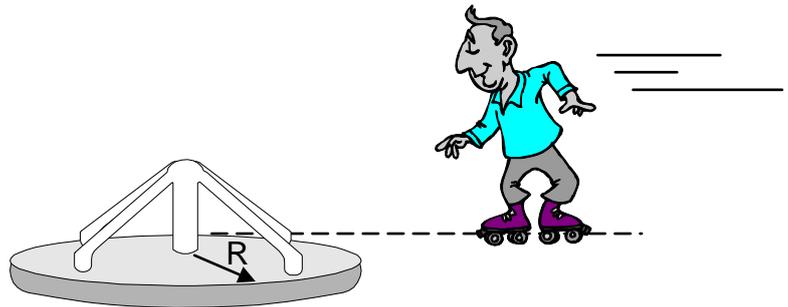
Um carrossel com raio  $R = 2\text{m}$  e momento de inércia  $I = 500\text{ kg}\cdot\text{m}^2$  gira em torno do seu eixo, sem atrito, completando uma volta a cada 5 s. Uma criança de massa  $M = 25\text{ kg}$  que está inicialmente no centro do carrossel caminha até a borda. O prof Renato Brito pergunta:

- Qual a velocidade angular final do carrossel, quando a criança atinge a borda dele ?
- A energia cinética do sistema criança+carrossel aumenta ou diminui durante esse episódio ?
- O momento angular do sistema criança+carrossel aumenta ou diminui durante esse episódio ?
- Se a pessoa caminhasse novamente até o centro, a velocidade angular voltaria ao valor inicial ? A energia cinética do sistema aumentaria ou diminuiria ? De onde provém essa energia ?



**Questão 8 - sala:**

Um garoto de massa  $M$  patina com velocidade constante  $V$  sobre uma trajetória retilínea que tangencia um pequeno carrossel de raio  $R$  e momento de inércia  $I$ . Ao passar pela borda do carrossel, o garoto sobe e se segura, imprimindo ao carrossel um aumento da sua velocidade angular inicial  $\omega_0$ . O prof Renato Brito pede para você determinar a velocidade angular  $\omega$  adquirida pelo carrossel após esse episódio.



**Questão 9 - sala:**

A figura mostra guilherme sentado numa cadeira giratória inicialmente em repouso, segurando uma roda de bicicleta que gira com grande velocidade angular  $\omega_0$  em torno do seu eixo estacionário na direção vertical. Em seguida, o rapaz aplica um torque sobre o eixo da roda, levantando a sua mão esquerda, baixando a sua mão direita, levando o eixo da roda para a posição horizontal.



antes



depois

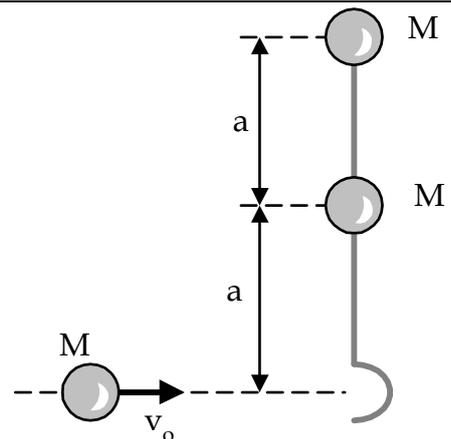
O prof Renato Brito pede para você responder as seguintes perguntas:

- para guilherme, após a rotação do eixo da bicicleta, a cadeira adquiriu rotação no sentido horário ou anti-horário?
- Se o momento de inércia da roda da bicicleta em torno do seu eixo vale  $I_R$  e o momento de inércia do sistema roda+cadeira+garoto vale  $I$ , qual a velocidade angular  $\omega$  adquirida pela cadeira após a rotação do eixo da bicicleta?
- Levando o eixo da bicicleta para a posição original, qual a velocidade angular final da cadeira giratória? justifique.

**Questão 10 - sala:**

O sistema representado abaixo, formado por duas partículas de mesma massa  $M$ , ligadas por uma haste de massa desprezível e comprimento  $2a$ , pode deslizar sem atrito sobre um plano horizontal. Uma terceira partícula, de mesma massa  $M$ , move-se sobre o plano com velocidade  $v_0$  perpendicular à direção da haste, e colide inelasticamente com o sistema, ficando presa em um gancho cuja posição está mostrada na figura. O prof Renato Brito pede que você:

- Descreva o movimento do sistema após a colisão;
- Determine a velocidade do centro de massa do sistema após a colisão, isto é, a velocidade do movimento de translação do sistema;
- Determine a velocidade angular de spin do sistema, após a colisão, isto é, a velocidade angular da rotação do sistema em torno do seu centro de massa;
- Especifique quais grandezas físicas que se conservam nessa colisão. Justifique sua resposta





## Pensando em Casa

### Questão 2 - casa:

(UFRN 99) Com a mão, Jorge está girando sobre sua cabeça, em um plano horizontal, um barbante que tem uma pedra amarrada na outra extremidade, conforme se vê na figura ao lado. Num dado momento, ele pára de impulsionar o barbante e, ao mesmo tempo, estica o braço da mão que segura o barbante, não mexendo mais na posição da mão, até o fio enrolar-se todo no carretel de linha. Jorge observa que a pedra gira cada vez mais rapidamente, à medida que o barbante se enrola em seu dedo.

Isso pode ser explicado pelo princípio de conservação do(a)

- a) momento linear
- b) energia mecânica
- c) momento angular
- d) energia total.



### Questão 3 - casa:

(UFRN - 98) Uma bailarina inicia uma série de rodopios com os braços bem abertos e afastados do corpo e realiza os últimos rodopios com os braços encolhidos e bem juntos do corpo. Admita que o atrito das sapatilhas da bailarina com o solo seja desprezível. Analise as afirmações abaixo e, em seguida, assinale a opção cujos números correspondem a afirmativas corretas sobre o movimento da bailarina:

- I) A bailarina realiza os últimos rodopios girando mais rapidamente do que quando começou.
- II) A bailarina realiza os últimos rodopios girando mais lentamente do que quando começou.
- III) A mudança da velocidade de rotação é explicada pelo princípio da conservação do momento angular.
- IV) A mudança da velocidade de rotação é explicada pelo princípio da conservação do momento linear.

- a) I e IV
- b) II e III
- c) I e III
- d) II e IV

### Questão 4 - casa:

(UFRN 2002) Em revista de circulação nacional, uma reportagem destacou a reação da natureza às agressões realizadas pelo homem ao meio ambiente. Uma das possíveis conseqüências citadas na reportagem seria o derretimento das geleiras dos pólos, o que provocaria uma elevação no nível do mar. Devido ao movimento de rotação da Terra, esse efeito seria especialmente sentido na região do equador, causando inundações nas cidades litorâneas que hoje estão ao nível do mar. Levando-se em conta apenas esse efeito de redistribuição da água devido ao degelo, podemos afirmar que

- a) o momento de inércia da Terra, em relação ao seu eixo de rotação, aumentará.
- b) a velocidade angular da Terra, em relação ao seu eixo de rotação, aumentará.
- c) o período de rotação da Terra, duração do dia e da noite, diminuirá.
- d) o momento angular da Terra, em relação ao seu centro de massa, diminuirá.

### Questão 5 - casa:

O garoto Jaspion estava sentado sobre uma cadeira giratória que pode deslizar sem atrito em torno do seu eixo. Mantendo inicialmente os braços abertos, ele impulsiona o seu corpo usando os pés, até adquirir considerável velocidade angular enquanto segura um par de halteres. Em seguida, descolando os pés da cadeira, o garoto vai, gradativamente, abrindo os braços até seguir, afastando os halteres o máximo possível do seu corpo. O prof Renato Brito pergunta:

- a) O momento de inércia do sistema aumenta ou diminui nesse episódio ?
- b) O momento angular aumenta ou diminui nesse episódio ?
- c) A velocidade angular do garoto aumentou ou diminui enquanto ele abriu os braços ?
- d) A energia mecânica se conservou nesse episódio ? Esclareça a sua resposta



antes



depois

### Questão 6 - casa:

A figura mostra guilherme sentado numa cadeira giratória inicialmente em repouso, segurando uma roda de bicicleta que gira com grande velocidade angular  $\omega$  em torno do seu eixo estacionário na direção horizontal. Em seguida, o rapaz aplica um torque sobre o eixo da roda, levantando a sua mão esquerda, baixando a sua mão direita, levando o eixo para a posição vertical.

Durante esse episódio, foram feitas as seguintes afirmações:

- I) durante aplicação do torque, guilherme percebe a sua cadeira girar no sentido horário;
- II) enquanto o eixo permanecer vertical, a cadeira manterá o seu movimento circular;
- III) durante a rotação do eixo da bicicleta, ocorre conservação de energia mecânica do sistema;
- IV) após guilherme levar o eixo da bicicleta até a posição horizontal inicial, a cadeira estará novamente em repouso.



antes

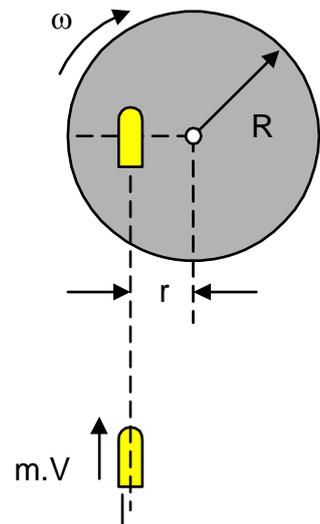
depois

O prof Renato Brito pede para você marcar a opção correta:

- a) apenas I está correta;
- b) apenas I e II estão corretas;
- c) apenas III está errada;
- d) apenas IV está errada

### Questão 7 - casa:

**Disco balístico** - um projétil puntiforme de massa  $m$  é disparado horizontalmente com velocidade  $V$  em direção a um disco de madeira de massa  $M$  e raio  $R$ , que pode girar livremente no plano horizontal em torno de um eixo fixo e encontra-se inicialmente em repouso. O projétil, após o impacto, permanece alojado no interior do disco, a uma distância  $r$  do seu centro. Se a velocidade angular adquirida pelo disco após o impacto vale  $\omega$ , o prof Renato Brito pede para você determinar a massa  $m$  do projétil. Consulte a tabela de momentos de inércia.



### Questão 8 – casa:

A figura mostra o guilherme sentado sobre uma cadeira giratória inicialmente em repouso, segurando uma roda de bicicleta que gira com velocidade angular  $\omega$  com seu eixo na vertical, como mostra a figura. Se guilherme aplicar um torque sobre o eixo da roda, de forma que ele volte a ficar na vertical após um giro de  $180^\circ$ , a cadeira passará a executar um movimento circular. O prof Renato Brito pede para você determinar:

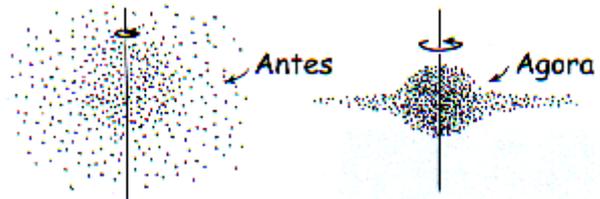
- o sentido que guilherme perceberá para o movimento circular da cadeira;
- a velocidade angular adquirida pela cadeira giratória, sabendo que o momento de inércia da roda vale  $I_R$  e o momento de inércia do sistema cadeira+roda+garoto vale  $I$
- a velocidade angular adquirida pela cadeira, após guilherme levar o eixo da roda à sua posição original, girando-o  $180^\circ$  novamente.



### Questão 9 – casa:

Acreditamos que nossa galáxia foi formada a partir de uma enorme nuvem de gás. A nuvem original era maior do que o presente tamanho da galáxia, era mais ou menos esférica, e girava muito mais lentamente que agora. No esboço abaixo, ilustramos a nuvem original e a galáxia como está agora (vista de perfil). O prof Renato Brito pede para você responder as seguintes perguntas:

- Explique por que a lei da gravidade e a conservação do momento angular contribuem para dar a presente forma da galáxia?
- Por que agora ela gira mais rapidamente que quando ela era uma nuvem esférica maior?
- Se, durante a evolução da galáxia, a força gravitacional de atração entre as massas age no sistema, explique porque o momento angular da nossa galáxia permanece constante.



### Questão 10 – casa:

(UFRN 2001) Num dia de chuva, Anísio vinha apressado no seu fusca quando notou a presença de um ônibus parado no meio da pista. Com a pista escorregadia, a batida foi inevitável. O fusca parou imediatamente após a colisão, enquanto o ônibus saiu deslizando e girando livremente. O acidente e suas conseqüências ocorreram num trecho plano e horizontal da pista.

Passado o susto, Anísio procurou entender o ocorrido. Sua prima Isaura, perita do Departamento de Trânsito, formulou algumas hipóteses simplificadoras para lhe explicar o que ocorreu.

No modelo de Isaura, ilustrado nas figuras abaixo, o fusca é representado por um pequeno disco, de massa  $m$  e velocidade  $v_F$ , enquanto o ônibus aparece como uma barra homogênea, de massa  $M$ . (Ela explicou que esse modelo assemelhava-se a uma moeda deslizando de encontro à extremidade de uma régua, sobre uma mesa horizontal, lisa). O fusca atingiu o ônibus a uma distância  $d$  do centro de massa (C.M.), o qual, no modelo de Isaura, coincide com o centro geométrico da barra. Ela supôs também que não houve dissipação de energia no processo descrito.

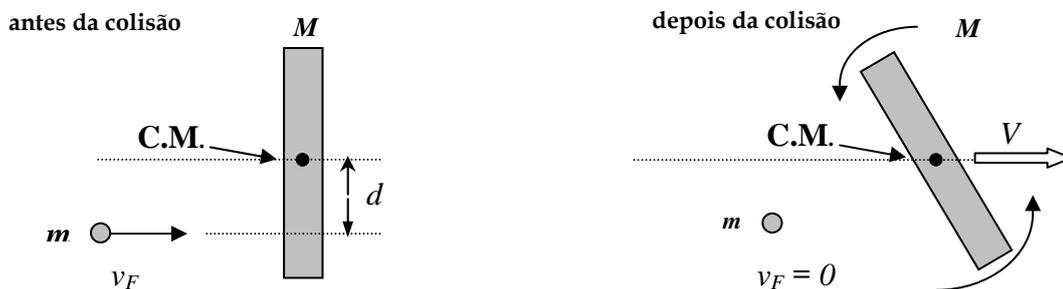


ILUSTRAÇÃO DO MODELO DE ISAURA

Isaura definiu, ainda, as seguintes grandezas:  $I$  é o momento de inércia da barra homogênea (ônibus) em relação a um eixo que passa pelo seu centro, perpendicular ao plano da mesa (pista);  $L = I\omega$  é o momento angular dessa barra, quando ela gira com velocidade angular  $\omega$  em torno do referido eixo;  $L_F = m v_F d$  é o momento angular do disco (fusca) em relação ao centro da barra, no instante imediatamente anterior à colisão. Nas condições descritas por Anísio, Isaura considerou desprezível o atrito naquela parte da estrada.

Tendo por base as informações fornecidas e a física envolvida:

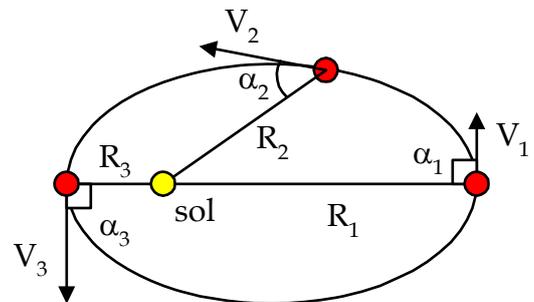
- Explícite, sucintamente, todas as hipóteses simplificadoras que Isaura formulou ao montar um modelo da colisão.
- Especifique as grandezas físicas que se conservam nessa colisão. Justifique sua resposta.

- c) Obtenha uma expressão literal para a velocidade de translação,  $V$ , que o ônibus adquire imediatamente após a colisão, em função de  $m$ ,  $M$  e  $v_F$ .
- d) Obtenha uma expressão literal para a velocidade angular,  $\omega$ , que o ônibus adquire imediatamente após a colisão, em função de  $m$ ,  $v_F$ ,  $I$  e  $d$ .

**Questão 11 - casa:**

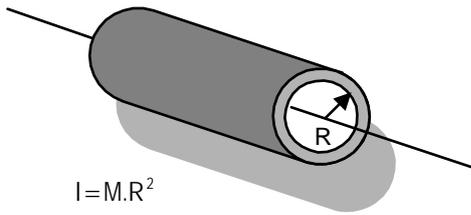
Pense e responda as seguintes perguntas:

- a) Se a população do mundo se mudasse inteiramente para os pólos norte e sul, isso acarretaria um aumento ou diminuição do momento de inércia da Terra? E em que isso influenciaria a duração dos dias?
- b) Se as calotas polares da Terra derretessem, os oceanos ficariam cerca de 30m mais altos. Esse fato acarretaria um aumento ou diminuição do momento de inércia da Terra? E em que isso influenciaria a velocidade angular de rotação da Terra?
- c) Devido ao atrito da água dos oceanos com o fundo do mar, a velocidade de rotação diária da Terra está diminuindo lentamente a cada dia, da mesma maneira que as rodas de um carro passam a girar mais lentamente, quando os freios de um carro são acionados. Entretanto, o momento angular  $L$  total do sistema Terra-lua em torno do sol permanece constante (por que?). Então, a gradativa diminuição do momento angular  $L = I\omega$  da Terra causa um correspondente aumento do momento angular da lua em sua órbita em torno da Terra. Esse aumento do momento angular  $L = m.v.R$  da lua provoca um incremento do raio  $R$  da órbita da lua em torno da Terra e, conseqüentemente, a uma diminuição da sua velocidade rapidez  $v$  em torno da Terra. (qual lei física afirma que um aumento da distância Terra-lua acarreta uma diminuição da velocidade  $v$  ou  $\omega$  da rotação da lua em torno da Terra?). Assim, a cada ciclo da lua (28 dias), ela está ficando 2,5 mm mais longe da Terra, você acredita!!!! ☺☹
- d) Quando a Terra orbita em torno do sol, passando da posição 1 para a posição 2, diga o que ocorre com a magnitude da energia mecânica, potencial, cinética e com o momento angular da Terra, dizendo se aumenta, diminui ou permanece constante e o porquê.

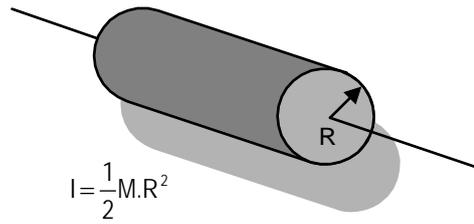


## Tabela de Momento de Inércia I de alguns sólidos

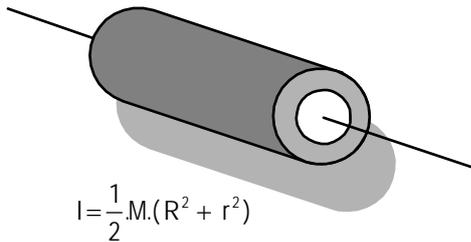
Casca cilíndrica em relação ao eixo



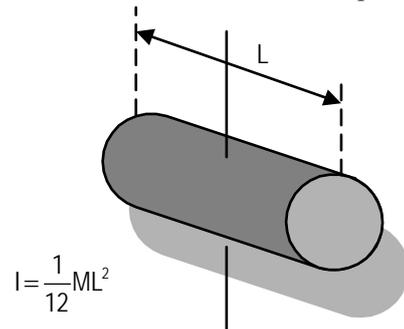
Cilindro maciço em relação ao eixo



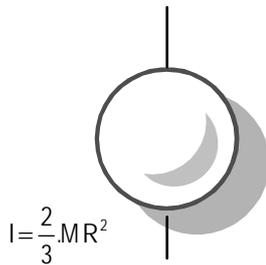
Cilindro oco em relação ao seu eixo



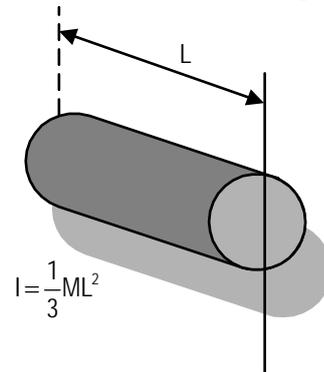
Haste cilíndrica fina - raio desprezível  
rotação em torno do eixo transversal pelo centro



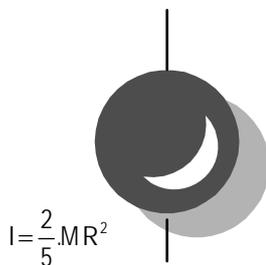
Casca esférica delgada em relação a um diâmetro



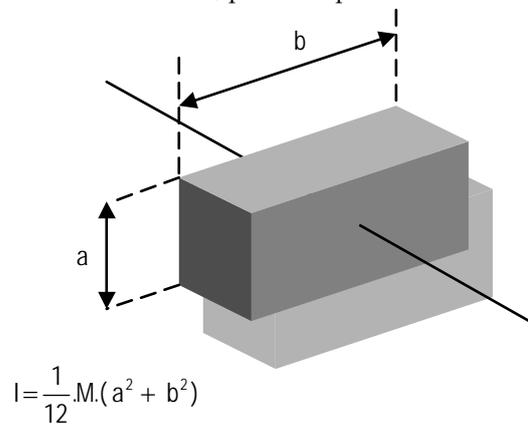
Haste cilíndrica fina - raio desprezível  
rotação em torno do eixo transversal pelo extremo



Esfera maciça em relação a um diâmetro



Paralelepípedo reto, maciço, em relação a eixo perpendicular  
a duas faces, passando pelo centro



### Questão 1

Lei de Newton para caixa

$F = \text{tração}$

$P - F = m \cdot a$

$m \cdot g - F = m \cdot a \quad (1)$

Lei de Newton para a polia

Torque =  $T$

$T = I \cdot \alpha$

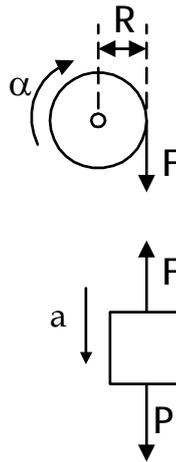
$F \cdot R = I \cdot \alpha \Rightarrow F = \frac{I}{R} \cdot \alpha \quad (2)$

a aceleração tangencial da periferia da da periferia coincide com a da corda (não escorrega) que é a própria aceleração  $a$  da caixa:

$a = \alpha \cdot R \quad (3)$

a partir de 1, 2 e 3 vem:

$$F = \frac{I \cdot m \cdot g}{I + m \cdot R^2}, \quad a = \frac{m \cdot R^2 \cdot g}{I + m \cdot R^2}$$



### Questão 2

O momento angular  $L_y$  da pedra se conserva, visto que o não há forças tangenciais agindo sobre pedra que pudessem causar torque  $T$  para cima que pudesse variar o momento angular  $L_y$ . Assim:

$L = I \cdot \omega$ , onde  $I = m \cdot R^2$  e  $R$  é a distância da pedra ao eixo.

$L = \text{constante}$ ,  $R$  diminui,  $\omega$  aumenta

**Resposta Letra E**

### Questão 3

Bailarina isolada de forças externas, momento angular se conserva durante a rotação, veja explicação pagina 11 figura 12.

$L = I \cdot \omega = I \cdot \omega \Rightarrow$  **Resposta Letra C**

### Questão 4

$L = I \cdot \omega = \text{constante}$ , onde  $I = \Sigma m \cdot R^2$

$I$  aumentará pois porções de matéria do sistema estão se afastando do eixo de rotação ( $R \uparrow$ ), portanto  $\omega \downarrow$ .

**Resposta Letra A**

### Questão 5

Ao abrir os braços, o momento de inércia  $I$  aumenta, mas  $L = I \cdot \omega$  permanece constante, portanto  $\omega$  diminui.

$$E_{\text{cin rotação}} = K = \frac{I \cdot \omega^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{L}{I} \right)^2 = \frac{L^2}{2I}, \quad I \uparrow, \quad E_{\text{cin}} \downarrow$$

### Questão 6

Como o momento angular vertical  $L_y$  do sistema era nulo inicialmente, ele deve permanecer nulo o tempo todo. Assim, quando a roda passa a girar no sentido anti-horário, ela adquire um momento angular  $L_y \uparrow$ . A cadeira adquire rotação horária, para que tenha um momento angular para baixo  $L_y \downarrow$  cancelando o da roda, a fim de que  $L_y$  total permaneça nulo. Quando o eixo da roda retornar à vertical, ele não terá mais momento  $L_y$  e portanto, a cadeira não poderá ter  $L_y$  visto que  $L_y$  total vertical do sistema tem que ser nulo. Assim, a cadeira pára de rodar. O trabalho realizado pelo menino ao girar o eixo impede a conservação de energia mecânica.

**Resposta Letra C**

### Questão 7

$L_{\text{sist antes}} = L_{\text{sist depois}}$

$L_{\text{disco}} + L_{\text{bola}} = L_{\text{disco}} + L_{\text{bola}}$ ,

$0 + m \cdot v \cdot r = I \cdot \omega + I_{\text{bola}} \cdot \omega$ ,  $I = MR^2/2$  (v. tabela cilindro)

$0 + m \cdot v \cdot r = I \cdot \omega + (m \cdot r^2) \cdot \omega = \omega \cdot (I + m \cdot r^2)$

$$v = \frac{\omega \cdot \left[ \left( \frac{M \cdot R^2}{2} \right) + m \cdot r^2 \right]}{m \cdot r} = \frac{\omega \cdot (M \cdot R^2 + 2m \cdot r^2)}{2m \cdot r}$$

### Questão 8

a) cadeira gira anti-horário para devolver momento angular anti-horário ao sistema  $L_y \uparrow$ .

b) Lembrando que, pela regra da mão direita  $L \uparrow$  significa rotação anti-horária para quem olha de cima, e vice-versa.

$L \uparrow$  sistema Y antes =  $L \uparrow$  sistema Y depois (vetorial)

$L_y \uparrow \text{roda} = L_y \downarrow \text{roda} + L_y \text{-roda+cadeira+disco} \uparrow$

$I_R \cdot \omega \uparrow = I_R \cdot \omega \downarrow + I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow$

$I_R \cdot \omega \uparrow + I_R \cdot \omega \uparrow = I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow$

$2 \cdot I_R \cdot \omega \uparrow = I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow \Rightarrow \omega_{\text{cadeira}} = 2 \cdot I_R \cdot \omega / I$

c) a cadeira para de rodar  $\omega = 0$

### Questão 9

Devido à força gravitacional de atração, as partículas se atraem e se aproximam do centro do sistema, reduzindo o momento de inércia  $I$  do sistema. Como  $L = I \cdot \omega$ ,  $I \downarrow$ ,  $\omega \uparrow$  visto que  $L = \text{constante}$  no sistema isolado onde só atuam forças internas. A força gravitacional é força interna, além de ser uma força central, sendo portanto incapaz de aplicar torque a uma massa.

### Questão 10

a) Hipóteses formuladas por Isaura

-O trecho onde ocorreu a batina era sem atrito

-O fusca é tratado como um pequeno disco de massa  $m$

-O ônibus é tratado como uma barra homogênea de massa  $M$

-O centro de massa do ônibus coincide com o seu centro geométrico

-Não houve dissipação de energia na colisão (conforme enunciado) e não foi levado em consideração as deformações dos objetos

b) Grandezas conservadas

-Momento linear  $p$  (força resultante externa atuando no sistema é nula)

-Momento angular  $L$  (o torque externo atuando no sistema é nulo)

-Não foi dito que a colisão é elástica portanto não podemos concluir sobre a conservação de energia. Entretanto, Isaura supôs que não houve perda de energia mecânica.

c) Da conservação do momento linear  $Q$

$$m \cdot v_F = M \cdot V \quad \text{portanto} \quad V = m \cdot v_F / M$$

d) Da conservação do momento angular em relação ao centro da barra

$$m \cdot v_F \cdot d = I \cdot \omega \quad \text{logo} \quad \omega = \frac{m \cdot v_F \cdot d}{I}$$

### Questão 1

Lei de Newton para caixa

$F = \text{tração}$

$P - F = m \cdot a$

$m \cdot g - F = m \cdot a \quad (1)$

Lei de Newton para a polia

Torque =  $T$

$T = I \cdot \alpha$

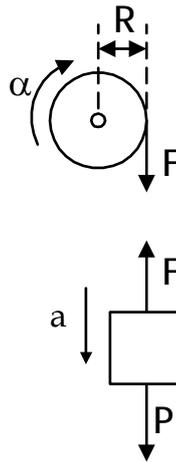
$F \cdot R = I \cdot \alpha \Rightarrow F = \frac{I}{R} \cdot \alpha \quad (2)$

a aceleração tangencial da periferia da da periferia coincide com a da corda (não escorrega) que é a própria aceleração  $a$  da caixa:

$a = \alpha \cdot R \quad (3)$

a partir de 1, 2 e 3 vem:

$$F = \frac{I \cdot m \cdot g}{I + m \cdot R^2}, \quad a = \frac{m \cdot R^2 \cdot g}{I + m \cdot R^2}$$



### Questão 2

O momento angular  $L_y$  da pedra se conserva, visto que o não há forças tangenciais agindo sobre pedra que pudessem causar torque  $T$  para cima que pudesse variar o momento angular  $L_y$ . Assim:

$L = I \cdot \omega$ , onde  $I = m \cdot R^2$  e  $R$  é a distância da pedra ao eixo.

$L = \text{constante}$ ,  $R$  diminui,  $\omega$  aumenta

Resposta Letra E

### Questão 3

Bailarina isolada de forças externas, momento angular se conserva durante a rotação, veja explicação pagina 11 figura 12.

$L = I \cdot \omega = I \cdot \omega \Rightarrow$  Resposta Letra C

### Questão 4

$L = I \cdot \omega = \text{constante}$ , onde  $I = \Sigma m \cdot R^2$

$I$  aumentará pois porções de matéria do sistema estão se afastando do eixo de rotação ( $R \uparrow$ ), portanto  $\omega \downarrow$ .

Resposta Letra A

### Questão 5

Ao abrir os braços, o momento de inércia  $I$  aumenta, mas  $L = I \cdot \omega$  permanece constante, portanto  $\omega$  diminui.

$$E_{\text{cin rotação}} = K = \frac{I \cdot \omega^2}{2} = \frac{I}{2} \left( \frac{L}{I} \right)^2 = \frac{L^2}{2 \cdot I}, \quad I \uparrow, \quad E_{\text{cin}} \downarrow$$

### Questão 6

Como o momento angular vertical  $L_y$  do sistema era nulo inicialmente, ele deve permanecer nulo o tempo todo. Assim, quando a roda passa a girar no sentido anti-horário, ela adquire um momento angular  $L_y \uparrow$ . A cadeira adquire rotação horária, para que tenha um momento angular para baixo  $L_y \downarrow$  cancelando o da roda, a fim de que  $L_y$  total permaneça nulo. Quando o eixo da roda retornar à vertical, ele não terá mais momento  $L_y$  e portanto, a cadeira não poderá ter  $L_y$  visto que  $L_y$  total vertical do sistema tem que ser nulo. Assim, a cadeira pára de rodar. O trabalho realizado pelo menino ao girar o eixo impede a conservação de energia mecânica.

Resposta Letra C

### Questão 7

$L_{\text{sist antes}} = L_{\text{sist depois}}$

$L_{\text{disco}} + L_{\text{bola}} = L_{\text{disco}} + L_{\text{bola}}$ ,

$0 + m \cdot v \cdot r = I \cdot \omega + I_{\text{bola}} \cdot \omega$ ,  $I = MR^2/2$  (v. tabela cilindro)

$0 + m \cdot v \cdot r = I \cdot \omega + (m \cdot r^2) \cdot \omega = \omega \cdot (I + m \cdot r^2)$

$$v = \frac{\omega \cdot \left[ \left( \frac{M \cdot R^2}{2} \right) + m \cdot r^2 \right]}{m \cdot r} = \frac{\omega \cdot (M \cdot R^2 + 2m \cdot r^2)}{2m \cdot r}$$

### Questão 8

a) cadeira gira anti-horário para devolver momento angular anti-horário ao sistema  $L_y \uparrow$ .

b) Lembrando que, pela regra da mão direita  $L \uparrow$  significa rotação anti-horária para quem olha de cima, e vice-versa.

$L \uparrow$  sistema Y antes =  $L \uparrow$  sistema Y depois (vetorial)

$L_y \uparrow \text{roda} = L_y \downarrow \text{roda} + L_y \text{-roda+cadeira+disco} \uparrow$

$I_R \cdot \omega \uparrow = I_R \cdot \omega \downarrow + I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow$

$I_R \cdot \omega \uparrow + I_R \cdot \omega \uparrow = I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow$

$2 \cdot I_R \cdot \omega \uparrow = I \cdot \omega_{\text{cadeira}} \uparrow \Rightarrow \omega_{\text{cadeira}} = 2 \cdot I_R \cdot \omega / I$

c) a cadeira para de rodar  $\omega = 0$

### Questão 9

Devido à força gravitacional de atração, as partículas se atraem e se aproximam do centro do sistema, reduzindo o momento de inércia  $I$  do sistema. Como  $L = I \cdot \omega$ ,  $I \downarrow$ ,  $\omega \uparrow$  visto que  $L = \text{constante}$  no sistema isolado onde só atuam forças internas. A força gravitacional é força interna, além de ser uma força central, sendo portanto incapaz de aplicar torque a uma massa.

### Questão 10

a) Hipóteses formuladas por Isaura

-O trecho onde ocorreu a batina era sem atrito

-O fusca é tratado como um pequeno disco de massa  $m$

-O ônibus é tratado como uma barra homogênea de massa  $M$

-O centro de massa do ônibus coincide com o seu centro geométrico

-Não houve dissipação de energia na colisão (conforme enunciado) e não foi levado em consideração as deformações dos objetos

b) Grandezas conservadas

-Momento linear  $p$  (força resultante externa atuando no sistema é nula)

-Momento angular  $L$  (o torque externo atuando no sistema é nulo)

-Não foi dito que a colisão é elástica portanto não podemos concluir sobre a conservação de energia. Entretanto, Isaura supôs que não houve perda de energia mecânica.

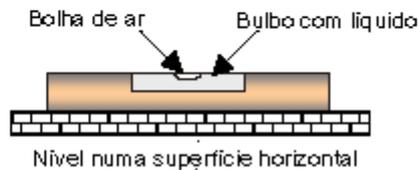
c) Da conservação do momento linear  $Q$

$$m \cdot v_F = M \cdot V \quad \text{portanto} \quad V = m \cdot v_F / M$$

d) Da conservação do momento angular em relação ao centro da barra

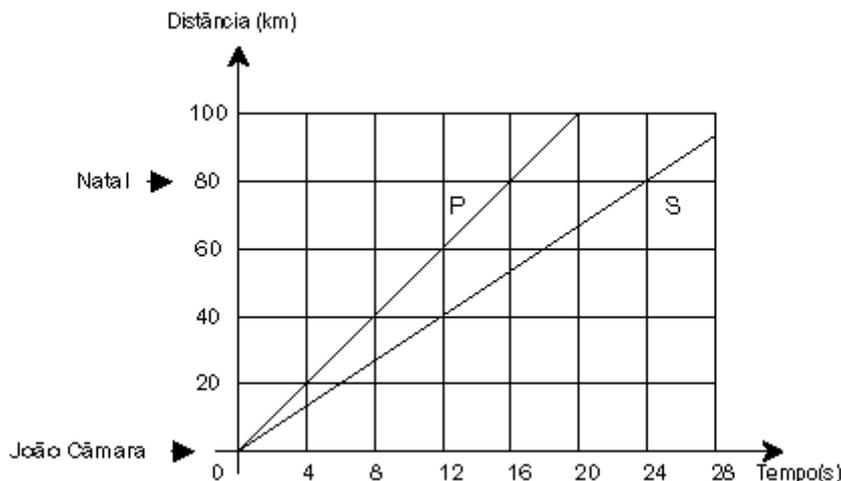
$$m \cdot v_F \cdot d = I \cdot \omega \quad \text{logo} \quad \omega = \frac{m \cdot v_F \cdot d}{I}$$

16. O nível é um dos equipamentos básicos da construção civil usado por pedreiros para verificar a horizontalidade de pisos, tubulações hidráulicas etc. Esse equipamento pode ser feito, por exemplo, inserindo um líquido com uma bolha de ar em um bulbo de vidro transparente, que será fechado e, posteriormente, incrustado numa peça retangular de madeira. Quando o nível é colocado numa superfície plana horizontal, a bolha de ar fica centrada conforme se apresenta na figura abaixo.



Considerando  $d_L$  a densidade do líquido e  $d_B$  a densidade da bolha, ao colocarmos esse nível sobre uma superfície inclinada, a bolha de ar do nível

- A) subirá, pois o centro de massa do sistema (líquido + bolha) se encontrará acima do centro de gravidade.  
 B) descerá independente do empuxo, pois  $d_B < d_L$ .  
 C) subirá independente da pressão atmosférica, pois  $d_B < d_L$ .  
 D) descerá, pois o centro de massa do sistema (líquido + bolha) se encontrará abaixo do centro de gravidade.
17. A cidade de João Câmara, a 80 km de Natal, no Rio Grande do Norte (RN), tem sido o epicentro (ponto da superfície terrestre atingido em primeiro lugar, e com mais intensidade, pelas ondas sísmicas) de alguns terremotos ocorridos nesse estado. O departamento de Física da UFRN tem um grupo de pesquisadores que trabalham na área de sismologia utilizando um sismógrafo instalado nas suas dependências, para detecção de terremotos. Num terremoto, em geral, duas ondas, denominadas de primária (P) e secundária (S), percorrem o interior da Terra com velocidades diferentes. Admita que as informações contidas no gráfico abaixo são referentes a um dos terremotos ocorridos no RN. Considere ainda que a origem dos eixos da figura é coincidente com a posição da cidade de João Câmara.

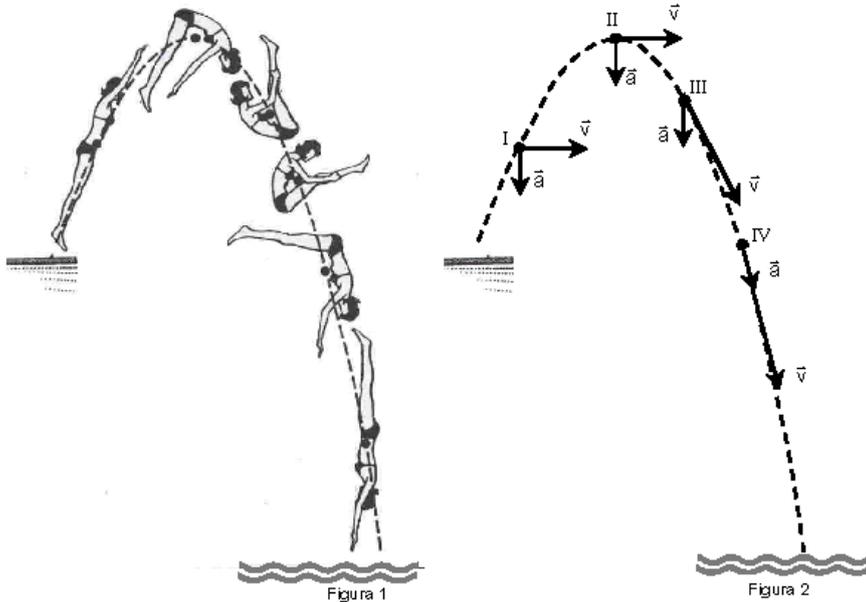


Dados referentes às ondas P e S, associados a um terremoto ocorrido no Rio Grande do Norte

Diante das informações contidas no gráfico, é correto afirmar que a onda mais rápida e a diferença de tempo de chegada das ondas P e S no sismógrafo da UFRN, em Natal, correspondem, respectivamente,

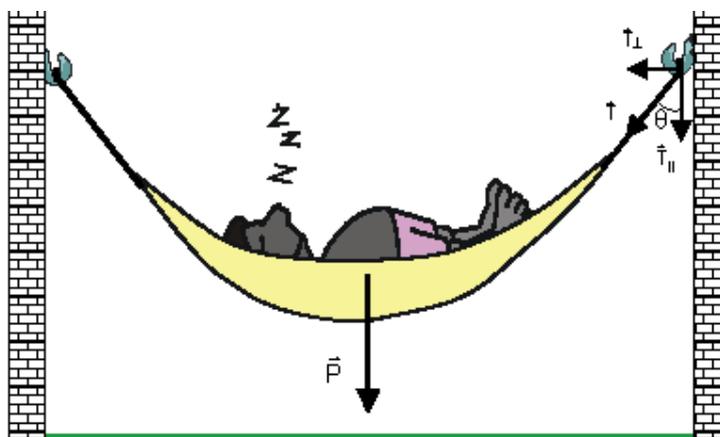
- A) a onda S e 4 segundos.  
 B) a onda P e 8 segundos.  
 C) a onda P e 16 segundos.  
 D) a onda S e 24 segundos.

18. A figura 1 representa uma sucessão de fotografias de uma atleta durante a realização de um salto ornamental numa piscina. As linhas tracejadas nas figuras 1 e 2 representam a trajetória do centro de gravidade dessa atleta para este mesmo salto. Nos pontos I, II, III e IV da figura 2, estão representados os vetores velocidade,  $\vec{v}$ , e aceleração,  $\vec{a}$ , do centro de gravidade da atleta.



Os pontos em que os vetores velocidade,  $\vec{v}$ , e aceleração,  $\vec{a}$ , estão representados corretamente são

- A) II e III    B) I e III    C) II e IV    D) I e V
19. O lendário Macunaíma, personagem criado por Mário de Andrade, costuma desfrutar do aconchego de sua “redinha”. Ávido por um descanso, Macunaíma, nosso anti-herói, está sempre improvisando um gancho para armar sua rede. Ele soube que sua segurança ao deitar-se na rede está relacionada com o ângulo,  $\theta$ , de inclinação dos punhos da rede com a parede e que essa inclinação pode ser mudada alterando-se o tamanho dos punhos, por exemplo, com auxílio de cordas. A figura abaixo ilustra um desses momentos de descanso do personagem. Nessa figura a força  $\vec{T}$ , exercida pela corda da rede sobre o gancho do armador, preso na parede, aparece decomposta em componentes,  $\vec{T}_{\parallel}$  (paralela à parede) e  $\vec{T}_{\perp}$  (perpendicular à parede).



Considere-se que

- i) o peso,  $\vec{P}$ , de Macunaíma está bem distribuído e o centro de gravidade do conjunto está no meio da rede;
- ii) as massas da rede e da corda são desprezíveis;
- iii) o armador pode ser arrancado somente em decorrência de um maior valor da componente  $T_{\perp}$ , da força  $\vec{T}$ .

Podemos afirmar que, para uma maior segurança, Macunaíma deve escolher uma inclinação  $\theta$ , relativamente

**A)** pequena, pois  $T_{\perp} = \frac{P}{2} \sin\theta$ .

**C)** grande, pois  $T_{\perp} = \frac{P}{2} \cos\theta$ .

**B)** pequena, pois  $T_{\perp} = \frac{P}{2} \operatorname{tg}\theta$ .

**D)** grande, pois  $T_{\perp} = \frac{P}{2} \operatorname{cotg}\theta$ .

- 20.** Vários tipos de carros populares estão sendo montados com algumas economias. Eles vêm, por exemplo, com apenas uma luz de ré e, às vezes, sem o retrovisor do lado direito. Uma outra economia está associada ao tamanho reduzido da chave de rodas. Essa chave é fabricada com um comprimento de 25 cm. Alguns desses carros saem de fábrica com os parafusos de suas rodas submetidos a um aperto compatível a um torque (final) de 100 N.m. Esse torque,  $M$ , calculado em relação ao ponto central do parafuso, está relacionado com a força aplicada na chave, força  $F$ , pela expressão  $M = F \cdot d$ , em que  $d$  (única dimensão relevante da chave de rodas) é chamado braço da alavanca, conforme ilustrado na figura abaixo.



Dona Terezinha comprou um desses carros e, quando sentiu a necessidade de trocar um pneu, ficou frustrada por não conseguir folgar os parafusos, pois consegue exercer uma força de no máximo 250 N. Para solucionar esse problema chamou um borracheiro que, após concluir a troca de pneu, sugeriu a compra de uma “mão de ferro” para ajudá-la numa próxima troca. O borracheiro explicou a dona Terezinha que uma mão de ferro é um pedaço de cano de ferro que pode ser usado para envolver o braço da chave de rodas, aumentando assim o seu comprimento e reduzindo, portanto, a força necessária a ser usada para folgar os parafusos. Nessa situação, admita que a mão de ferro cobre todos os 25 cm do braço da chave de rodas.

Para poder realizar uma próxima troca de pneu, dona Terezinha deve usar uma mão de ferro de comprimento, no mínimo, igual a

- A)** 60 cm      **B)** 50 cm      **C)** 40 cm      **D)** 80 cm

21. O departamento de Física da UFRN possui um laboratório de pesquisa em criogenia, ciência que estuda a produção e manutenção de temperaturas muito baixas, contribuindo para o entendimento das propriedades físicas e químicas de sistemas nessas temperaturas pouco comuns. Nesse laboratório, uma máquina retira o gás nitrogênio do ar e o liquefaz a uma temperatura de 77,0 kelvin (K), que corresponde a  $-196$  graus celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Nessa temperatura o nitrogênio é usado cotidianamente pelos departamentos de Física, Química e Biologia da UFRN, como também por pecuaristas no congelamento de sêmen para reprodução animal.

O nitrogênio líquido, em virtude de suas características, necessita ser manuseado adequadamente, pois pessoas não habilitadas poderão sofrer acidentes e serem vítimas de explosões. Imagine uma pessoa desavisada transportando, num dia quente de verão, uma porção de nitrogênio líquido numa garrafa plástica fechada. Como o nitrogênio líquido tende a entrar em equilíbrio térmico com o ambiente, mudará de estado físico, transformando-se em um gás. A tendência desse gás é se expandir, podendo provocar uma explosão.

Admita que

- i) o nitrogênio rapidamente se transforma em gás ideal, ou seja, obedece à equação  $PV = nRT$ . Em que  $R$  é a constante universal dos gases e  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $n$  são, respectivamente: a pressão, o volume, a temperatura e o número de moles do gás;
- ii) a pressão interna e a temperatura iniciais desse gás são, respectivamente,  $2,00 \times 10^5$  pascal (Pa) e 78,0 K;
- iii) a garrafa utilizada pode suportar uma pressão máxima de  $4,00 \times 10^5$  Pa e o volume dessa garrafa não varia até que a explosão ocorra.

Diante dessas considerações, é correto dizer que a temperatura limite (do gás nitrogênio) que a garrafa suporta sem explodir é

- A)** 273 K.      **B)** 156 K.      **C)** 234 K.      **D)** 128 K.

22. O céu, com sua beleza, despertou interesse de astrônomos admiráveis, a exemplo de Johannes Kepler, que entrou para a história da ciência como o “legislador dos céus”. Em sua sagacidade, Kepler enunciou leis que descrevem os movimentos de translação dos planetas em torno do Sol. Essas leis podem ser obtidas, partindo-se das leis do movimento e da gravitação universal de Newton. No tratamento newtoniano, sabe-se que a força gravitacional é de longo alcance, tipo central (força que depende da posição relativa entre os corpos), e que, apesar de ser a mais fraca de todas as interações conhecidas na natureza, rege a macroestrutura do universo, mantendo o nosso sistema solar coeso.

Com base no texto acima e considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol, é correto afirmar que

- A)** o módulo do momento linear da Terra em relação ao Sol é constante.
- B)** a energia cinética da Terra, no seu movimento de translação, em relação ao Sol, é constante.
- C)** o momento angular da Terra em relação ao Sol é constante.
- D)** a energia potencial gravitacional do sistema Terra-Sol é constante.

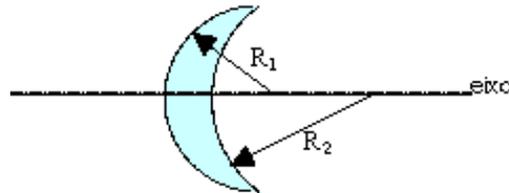
23. A miopia é um defeito da visão originado por excessiva curvatura da córnea. Na fantástica estrutura que compõe o olho humano, a córnea representa um elemento fundamental no processo de formação de imagem, sendo uma espécie de lente delgada **convexo-côncava** que – admitiremos – satisfaz a equação dos fabricantes de lentes apresentada abaixo.

Equação dos fabricantes de lentes:  $\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ . Em que

$f$  : distância focal;

$n$  : índice de refração;

$R_1$  e  $R_2$  são raios de curvatura das faces da lente, cuja convenção de sinais é: faces convexas, raio positivo e faces côncavas, raio negativo.



Representação esquemática da córnea

Com o objetivo de corrigir a miopia, o médico pode

- A) intervir cirurgicamente diminuindo o raio  $R_1$  da córnea ou indicar óculos com lentes convergentes apropriadas.
- B) intervir cirurgicamente diminuindo o raio  $R_1$  da córnea ou indicar óculos com lentes divergentes apropriadas.
- C) intervir cirurgicamente aumentando o raio  $R_1$  da córnea ou indicar óculos com lentes convergentes apropriadas.
- D) intervir cirurgicamente aumentando o raio  $R_1$  da córnea ou indicar óculos com lentes divergentes apropriadas.

**24.** Na cidade de Alto do Rodrigues, está sendo construída a TermoAçu, primeira usina termelétrica do estado com capacidade para produzir até 70% da energia elétrica total consumida no Rio Grande do Norte. O princípio básico de funcionamento dessa usina é a combustão de gás natural para aquecer água que, uma vez aquecida, se transformará em vapor e, finalmente, será utilizada para mover as pás giratórias de uma turbina. A produção da energia elétrica será feita acoplando-se ao eixo da turbina algumas bobinas imersas em um campo magnético.

Considere que, em cada ciclo dessa máquina termelétrica real, se tenha:

$Q$ : o calor produzido na combustão do gás;

$W$ : a energia mecânica nas turbinas obtida a partir da alta pressão do vapor acionando as pás giratórias;

$E$ : a energia elétrica produzida e disponibilizada aos consumidores.

Para a situação descrita, é correto afirmar:

**A)**  $Q = W = E$

**B)**  $Q > W > E$

**C)**  $Q = W > E$

**D)**  $Q < W < E$

**25.** Alguns instrumentos analógicos de medidas elétricas, como o ilustrado na figura abaixo, são constituídos basicamente pelos seguintes elementos:

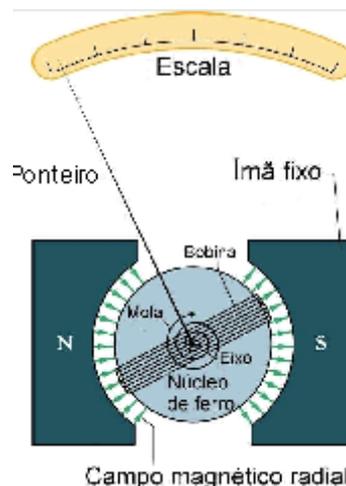
i) um ímã fixo;

ii) uma bobina de fio condutor enrolado num núcleo de ferro. Essa bobina fica imersa no campo magnético produzido pelo ímã fixo;

iii) um ponteiro fixado na bobina de tal forma a acompanhar qualquer movimento de rotação da bobina, permitindo assim o registro dos valores medidos pelo equipamento numa escala devidamente calibrada;

iv) uma mola espiral capaz de produzir um torque restaurador na bobina, garantindo, portanto, o processo de leitura da medida elétrica considerada.

Quando os terminais desse instrumento são ligados a um circuito elétrico, uma determinada corrente elétrica circulará na bobina. A presença da corrente na bobina faz aparecer um torque,  $M_i$ , que faz o ponteiro girar, e um outro torque originário da mola,  $M_m$ , que tenta restaurar a posição inicial do ponteiro. Assim, quando, numa medição, o ponteiro desse equipamento **pára**, em um determinado valor da escala, é porque o campo magnético do ímã fixo exerce força sobre



Representação esquemática de um instrumento analógico de medidas elétricas

- A) o campo magnético da bobina e  $M_i = M_m$ .
- B) o campo magnético da bobina e  $M_i > M_m$ .
- C) as cargas elétricas em movimento na bobina e  $M_i > M_m$ .
- D) as cargas elétricas em movimento na bobina e  $M_i = M_m$ .

26. Mauro ouviu no noticiário que os presos do Carandiru, em São Paulo, estavam comandando, de dentro da cadeia, o tráfico de drogas e fugas de presos de outras cadeias paulistas, por meio de telefones celulares. Ouviu também que uma solução possível para evitar os telefonemas, em virtude de ser difícil controlar a entrada de telefones no presídio, era fazer uma **blindagem** das ondas eletromagnéticas, usando telas de tal forma que as ligações não fossem completadas. Mauro ficou em dúvida se as telas eram metálicas ou plásticas. Resolveu, então, com seu celular e o telefone fixo de sua casa, fazer duas experiências bem simples.

- 1ª - Mauro lacrou um saco plástico com seu celular dentro. Pegou o telefone fixo e ligou para o celular. A ligação **foi** completada.
- 2ª - Mauro repetiu o procedimento, fechando uma lata metálica com o celular dentro. A ligação **não** foi completada.

O fato de a ligação **não** ter sido completada na segunda experiência, justifica-se porque o **interior** de uma lata metálica fechada

- A) permite a polarização das ondas eletromagnéticas diminuindo a sua intensidade.
- B) fica isolado de qualquer campo magnético externo.
- C) permite a interferência destrutiva das ondas eletromagnéticas.
- D) fica isolado de qualquer campo elétrico externo.

27. Em um aparelho de televisão, existem três funções básicas (cor, brilho e contraste), que podem ser controladas continuamente, para se obter uma boa imagem. Ajustar uma dessas funções depende essencialmente do controle da diferença de potencial que acelera os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos e que incidirão na tela fluorescente. Assim, no tubo de imagem do televisor, os elétrons podem ter qualquer valor de energia, dependendo da diferença de potencial aplicada a esses elétrons. A Física Quântica, quando aplicada ao estudo de átomos isolados, constata que a energia dos elétrons nesses átomos é uma grandeza **discreta** ao invés de **contínua**, como estabelecido pela Física Clássica. Essas afirmações, valores contínuos de energia para os elétrons emitidos pelo tubo e energias discretas para os elétrons do átomo, não são contraditórias, porque os elétrons emitidos pelo tubo de raios catódicos
- A) são livres e os elétrons que estão nos átomos são confinados.
  - B) são em grande quantidade, diferentemente dos elétrons que estão nos átomos.
  - C) perdem a carga elétrica, transformando-se, em fótons e os elétrons que estão nos átomos permanecem carregados.
  - D) têm comprimento de onda de *de Broglie* associado igual ao dos elétrons que estão nos átomos.

28. Num autódromo, durante uma corrida de fórmula-1, um espectador, parado na arquibancada, observa um dos carros se afastando em alta velocidade. Esse espectador vê a luz de alerta na traseira do carro e ouve o som emitido pelo ruído do motor.

Considere-se que o piloto desse carro percebe

- i) o movimento do carro na mesma direção que une o espectador ao carro;
- ii) a frequência da luz (vermelha) de alerta com valor  $f_v$ ;
- iii) a frequência sonora do motor com valor  $f_s$ .

Pode-se dizer, então, que, em princípio, o efeito Doppler estabelece que a luz de alerta e o som do motor desse carro têm para o referido espectador, respectivamente, frequências

- A) maior que  $f_v$  e maior que  $f_s$ .
  - B) maior que  $f_v$  e menor que  $f_s$ .
  - C) menor que  $f_v$  e maior que  $f_s$ .
  - D) menor que  $f_v$  e menor que  $f_s$ .
29. A técnica de difração é largamente utilizada na determinação da estrutura dos materiais cristalinos. Essa técnica consiste em analisar o feixe difratado de nêutrons ou de raios-X que incide sobre o cristal cuja estrutura se deseja determinar. Observa-se por meio de detectores apropriados, que a difração dos nêutrons e dos raios-X apresenta máximos e mínimos de intensidade em direções bem definidas. Esses máximos e mínimos de intensidade correspondem a interferências construtivas e destrutivas provenientes da interação dos nêutrons ou dos raios-X com os átomos do cristal. Fazendo-se um estudo da localização desses máximos e mínimos, determina-se, então, a disposição espacial dos átomos no cristal. Pelo exposto, podemos afirmar que a interação dos nêutrons e a interação dos raios-X com o cristal evidenciam a natureza
- A) de partícula para os nêutrons e ondulatória para os raios-X.
  - B) de partícula para os nêutrons e para os raios-X.
  - C) ondulatória para os nêutrons e para os raios-X.
  - D) ondulatória para os nêutrons e de partícula para os raios-X.



**30.** A natureza do processo de geração da luz é um fenômeno essencialmente quântico. De todo o espectro das ondas eletromagnéticas, sabemos que a luz é a parte desse espectro detectada pelo olho humano. No cotidiano vemos muitas fontes de luz BRANCA, como o Sol e as lâmpadas incandescentes que temos em casa. Já uma luz VERMELHA monocromática – por exemplo, de um laser – temos menos oportunidade de ver. Esse tipo de luz laser pode ser observada tanto em consultório de dentistas quanto em leituras de códigos de barras nos bancos e supermercados. Nos exemplos citados, envolvendo luz branca e luz vermelha, muitos átomos participam do processo de geração de luz.

Com base na compreensão dos processos de geração de luz, podemos dizer que a

- A)** luz vermelha monocromática é gerada pelo decaimento simultâneo de vários elétrons entre um mesmo par de níveis atômicos.
- B)** luz branca é gerada pelo decaimento simultâneo de vários elétrons entre um mesmo par de níveis atômicos.
- C)** luz vermelha monocromática é gerada pelo decaimento simultâneo de vários elétrons entre vários pares de níveis atômicos.
- D)** luz branca é gerada pelo decaimento sucessivo de um elétron entre vários pares de níveis atômicos.

Breve comentário de cada questão – Física UFRN 2003 – 1ª fase - Elaborado pelo prof Renato Brito  
[www.fisicaju.com.br](http://www.fisicaju.com.br) - Física para Medicina

### Questão 16

Sendo a densidade  $d_B$  da bolha menor que a do líquido, a intensidade do empuxo vertical  $E \uparrow$  que a bolha recebe supera a intensidade do seu peso  $P \downarrow$  e, assim, a bolha subirá sempre que lhe for permitido. Com o aparelho na horizontal, a bolha é impedida de subir pela parede do recipiente. Inclinando-se o aparelho, a bolha subirá até o topo.

Resposta Letra C

### Questão 17

A onda P atinge Natal em 16 s, ao passo que a onda S, em 24 s, com um intervalo de tempo  $\Delta t = 24 - 16 = 8$  s entre as chegadas de cada onda na capital. A onda mais veloz é P, visto que percorre a mesma distância em menos tempo.

Resposta Letra B

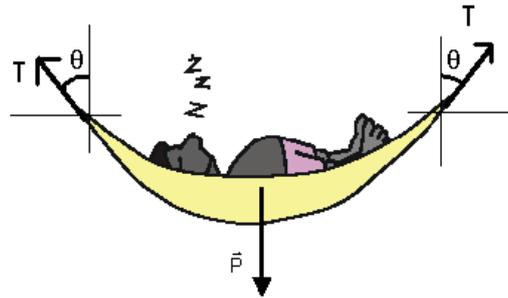
### Questão 18

A aceleração resultante está na mesma direção e sentido da força resultante, no caso, a força peso  $P \downarrow$ , portanto, ela é vertical e aponta para baixo em qualquer ponto da trajetória, valendo  $a = g \downarrow$ . O vetor velocidade, a cada instante, é sempre tangente à trajetória descrita pelo móvel. Apenas os desenhos II e III estão de acordo.



Resposta Letra A

### Questão 19



Equilíbrio vertical:  $T_Y + T_Y = P \Rightarrow 2.T.\cos\theta = P$   
 $T = P / (2.\cos\theta)$ , mas  $T_x = T.\sen\theta$ , assim:  
 $T_x = P.\sen\theta / (2.\cos\theta) = (P/2).\tg\theta$   
 quanto menor  $\theta$ , menor será  $\tg\theta$ , menor será  $T_x$

Resposta Letra B

### Questão 20

Enunciado longo e cansativo. As informações sutil é que *a mão de ferro cobre todos os 25cm da chave de rodar, por ser um cano de ferro mais grosso que ela.*  
 $M = F . D \Rightarrow 100 \text{ N.m} = 250 \text{ N} . D \Rightarrow D = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$

Resposta Letra B

### Questão 21

Trata-se de uma transformação isovolumétrica, para a qual vale a relação  $(P_1 / T_1) = (P_2 / T_2)$ . A pressão e a temperatura inicial valem, respectivamente,  $P_1 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $T_1 = 78\text{k}$ . Supondo que, no final, a garrafa esteja na iminência de explodir, a pressão final  $P_2 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$ . Assim, vem:  
 $(P_1 / T_1) = (P_2 / T_2) \Rightarrow (2 \times 10^5 / 68) = (4 \times 10^5 / T_2) \Rightarrow T_2 = 156\text{k}$

Resposta Letra B

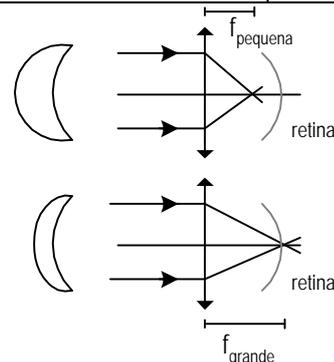
### Questão 22

O Momento angular de sistemas sempre se conserva em sistemas sujeitos somente a forças centrais (força que atuam na linha que une os centros dos corpos que estão interagindo), como a força elétrica coulombiana e a gravitacional. O momento angular se conserva no movimento dos planetas.

Resposta Letra C

### Questão 23

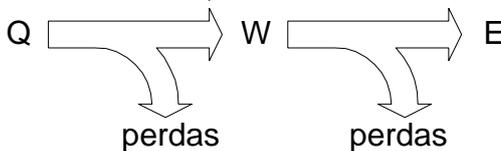
Não confunda raio de curvatura R com curvatura  $(1/R)$ . Se a imagem se forma antes da retina, precisamos aumentar a distância focal da lente, para isso temos que divergir um pouco o feixe, ou aumentar o raio de curvatura  $R_1$  da córnea, reduzindo a sua curvatura  $(1/R_1)$ .



Resposta Letra D

### Questão 24

Nenhuma transformação de energia ocorre com 100% de eficiência. Esse é um dos enunciados da 2ª lei da termodinâmica. Assim,  $Q < W < E$ .



Resposta Letra B

### Questão 25

Se a rotação é equilibrada, certamente ocorre equilíbrio de momentos  $M_i = M_m$ . Numa interação através de campos de força, um dos corpos que interage é fonte de campo. O outro é admitido como sofrendo a ação do campo do 1º. A situação é simétrica e pode ser invertida. Não se admite é ambos serem fonte de campo na interação mútua entre eles dois.

Resposta Letra D

## Questão 26

Na natureza, não existe blindagem gravitacional ou magnética. Apenas blindagem de campo elétrico. Um ímã dentro de uma lata "sentirá" o efeito de outro ímã fora da lata. Uma pessoa dentro de uma casa fechada sente a gravidade terrestre. Entretanto, uma carga elétrica fora de uma lata não interage com uma carga elétrica no espaço interior à lata.

Resposta Letra D

## Questão 28

Durante o movimento relativo de afastamento entre o observador e a fonte, o efeito Doppler revela uma redução da frequência aparente da onda em questão, independente de ser som ou luz, apesar de que o Doppler da Luz é relativístico, usa expressões matemáticas diferentes das do som e só é percebido se as velocidades envolvidas forem comparáveis à velocidade  $c$  da luz.

Resposta Letra D

## Questão 30

A luz vermelha pura (monocromática) é gerada pelo decaimento simultâneo de vários elétrons entre um mesmo par de níveis de energia atômicos, para que os fótons emitidos tenham todos a mesma frequência. Luz Branca é gerada pela superposição de várias cores e frequências e, portanto, pelo decaimento simultâneo de uma vasta população de elétrons entre diversos pares de níveis atômicos, para que fótons com uma ampla gama de frequências sejam emitidos.

Resposta Letra A

## Questão 27

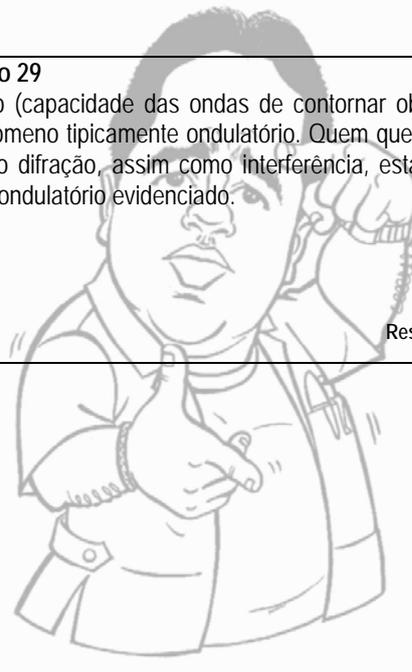
A quantização da energia na escala atômica é fruto da interação do elétron com o núcleo, da natureza ondulatória dele, do fato de estar confinado aos limites da eletrosfera.



Resposta Letra A

## Questão 29

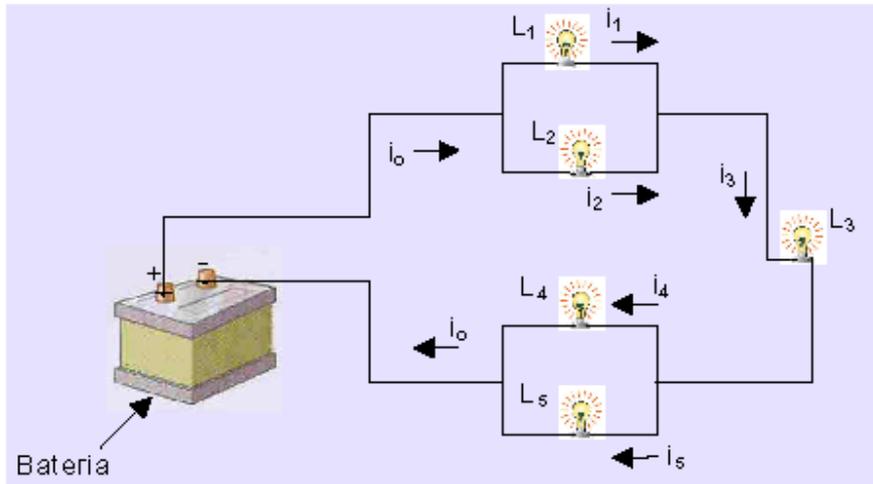
Difração (capacidade das ondas de contornar obstáculos) é um fenômeno tipicamente ondulatório. Quem quer que esteja sofrendo difração, assim como interferência, está tendo seu caráter ondulatório evidenciado.



Resposta Letra C

### Questão 1

O professor Dalton, objetivando ensinar a seus alunos alguns conteúdos de eletricidade, montou o circuito elétrico representado na figura abaixo.



Representação esquemática do circuito montado pelo professor Dalton

Para montar o circuito, o professor retirou de seu carro a bateria de força eletromotriz,  $\hat{\mathcal{A}}$ , e comprou, numa loja de material elétrico para automóveis, cinco lâmpadas com seus suportes, alguns pedaços de fio de cobre e um multímetro (amperímetro e voltímetro). Em cada lâmpada  $L_i$ , denominou de  $i_i$  a corrente e de  $V_i$  a diferença de potencial (voltagem). Com o multímetro, ele fez algumas medidas e forneceu para seus alunos os seguintes valores:

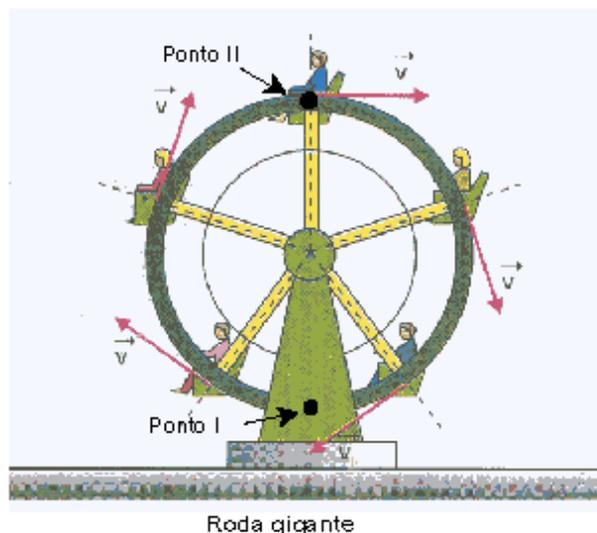
$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{A}} &= 12 \text{ V (volts);} \\ i_0 &= 250 \text{ mA (miliampères);} \\ i_1 &= 62 \text{ mA;} \\ i_4 &= 125 \text{ mA;} \\ V_1 &= 4 \text{ V;} \\ V_4 &= 3 \text{ V.} \end{aligned}$$

Admitindo como ideais todos os elementos que constituem o circuito e tendo por base as informações fornecidas, responda às solicitações abaixo.

- Calcule os valores das correntes nas lâmpadas  $L_2$  e  $L_5$ .
- Cite a lei física de conservação, que está implícita no cálculo realizado para determinar as correntes nas lâmpadas  $L_2$  e  $L_5$ .
- Calcule a diferença de potencial na Lâmpada  $L_3$ .
- Cite a lei física de conservação, que está implícita no cálculo realizado para determinar a voltagem na lâmpada  $L_3$ .

## Questão 2

Nos parques de diversões, as pessoas são atraídas por brinquedos que causam ilusões, desafios e estranhas sensações de movimento. Por exemplo, numa roda gigante em movimento, as pessoas têm sensações de mudança do próprio peso. Num brinquedo desse tipo, as pessoas ficam em cadeiras que, tendo a liberdade de girar, se adaptam facilmente à posição vertical, deixando as pessoas de cabeça para cima. Esse brinquedo faz as pessoas realizarem um movimento circular sempre no plano vertical, conforme ilustrado na figura abaixo.



Imaginando uma pessoa na roda gigante, considere:

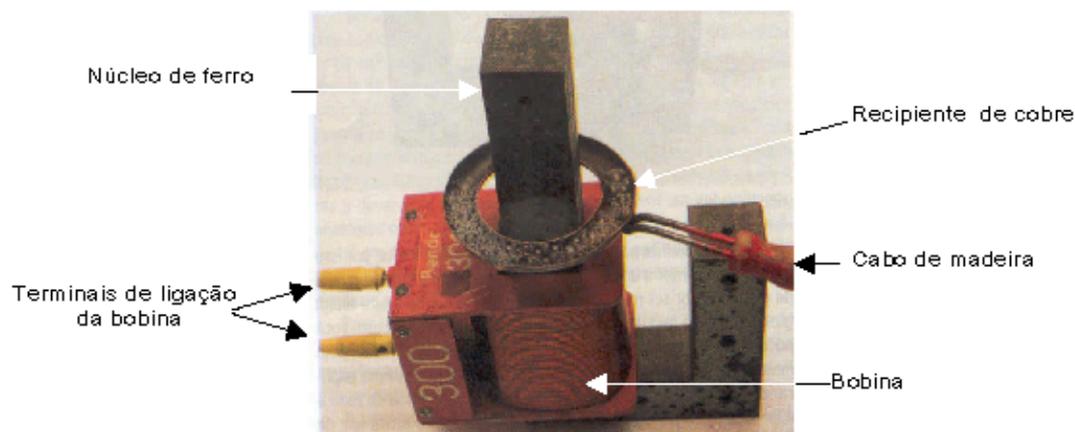
- i)  $g$ , o módulo da aceleração da gravidade local;
- ii)  $m$ ,  $v$  e  $R$ , respectivamente, a massa, o módulo da velocidade (suposto constante) e o raio da trajetória do centro de massa da pessoa;
- iii)  $N$ , o módulo da força de reação normal exercida pelo assento da cadeira sobre a pessoa;
- iv)  $v^2/R$ , o módulo da aceleração centrípeta.

Diante do exposto, atenda às solicitações abaixo.

- A) Faça o diagrama das forças que atuam na pessoa, considerando o ponto indicado na figura em que essa pessoa tem maior sensação de peso. Justifique sua resposta.
- B) Determine o valor da velocidade da roda gigante para que a pessoa tenha a sensação de imponderabilidade (sem peso) no ponto II.
- C) Determine o trabalho realizado sobre a pessoa, pela **força resultante**, quando a roda gigante se move do ponto I até o ponto II.

### Questão 3

A maioria das máquinas que utilizamos para ampliar nosso conforto ambiental, bem como facilitar a execução de certas tarefas, funcionam tendo como base transformações de energia. Esses equipamentos revelam um certo grau de conexão entre diferentes áreas da Física. Num laboratório de pesquisa de materiais, por exemplo, um tipo de aquecedor, utilizado para realizar tratamento térmico de certas amostras, tem como base de funcionamento a transformação de energia elétrica em energia térmica. A estrutura esquematizada na figura a seguir é um aparato comumente utilizado em feiras de ciência, para mostrar o processo de transformação de energia elétrica em energia térmica.



Na figura, estão apresentados os elementos constitutivos de um equipamento improvisado, quais sejam:

- i) uma bobina de fio de cobre esmaltado, que será percorrido por uma corrente alternada;
- ii) um núcleo maciço de ferro, capaz de preencher o interior da bobina;
- iii) um recipiente de cobre (de forma circular) com um cabo isolante feito de madeira. Esse recipiente não entra em contato com o núcleo de ferro e é capaz de armazenar, por exemplo, pequena quantidade de líquido.

Para realizarmos uma demonstração simples do funcionamento desse tipo de aquecedor, coloca-se água no recipiente circular de cobre e, após a ligação da bobina a uma fonte de corrente alternada, verifica-se que, se esperarmos o tempo necessário, a água se aquece, ferve e evapora-se completamente.

Diante do exposto, atenda às solicitações abaixo.

- A) Explique, fundamentando em leis físicas, o processo de funcionamento do aquecedor, a partir do instante em que a bobina foi ligada à fonte de corrente até a água se aquecer.
- B) Explique o que ocorre com a entropia da água que estava no recipiente e que foi totalmente evaporada. Dê sua resposta utilizando a noção de ordem (desordem) normalmente associada à grandeza física entropia.

### Questão 4

Em alguns programas de televisão apresentam-se pessoas que dizem se alimentar apenas de luz. Para muitos, a palavra alimento está associada a uma boa porção de massa e a palavra luz ao conceito de energia. Os conceitos de massa e energia dentro da Física Moderna estão relacionados a duas constantes fundamentais:  $h$ , constante introduzida por Planck (em seu trabalho sobre radiação de corpo negro), e  $c$ , que é a velocidade da luz no vácuo.

O quadro abaixo exemplifica, com duas equações, a presença dessas constantes, tanto na Teoria Quântica como na Teoria da Relatividade de Einstein.

<u>Teoria Quântica</u> (modelo corpuscular da luz)	<u>Teoria da Relatividade</u>
$E = hf$	$E = mc^2$
E: energia de um fóton associado a uma radiação de frequência $f$ ; $h \cong 6 \times 10^{-34}$ unidades do sistema Internacional (SI).	E: é o equivalente em energia da massa $m$ de um objeto; $c = 3 \times 10^8$ m/s (velocidade da luz no vácuo).

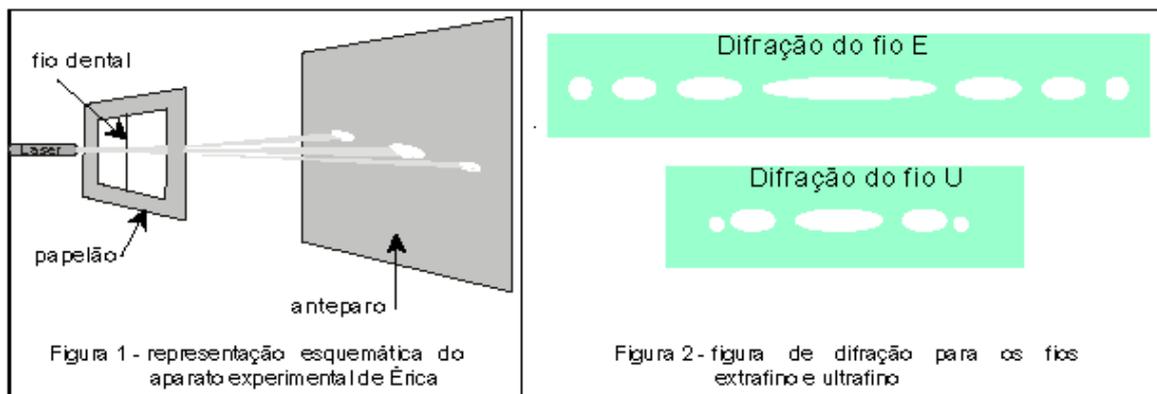
Tendo como referência as informações acima e considerando uma radiação de frequência  $6 \times 10^{14}$  hertz, obtenha:

- A) a quantidade de fótons,  $N$ , que produziria um equivalente energético de uma massa igual a 0,4 kg;
- B) a unidade para a constante de Planck,  $h$ , a partir de uma análise dimensional, representada em função das grandezas: massa (kg), comprimento (m) e tempo (s).

**Questão 5**

Nas aulas sobre difração, Érica aprendeu que um fio com diâmetro igual à largura de uma fenda, quando posicionado convenientemente, produz a mesma figura de difração da fenda. Érica, uma estudante curiosa, resolveu observar a figura de difração de um fio dental e ficou comparando as medidas para diferentes marcas de fio. Como possui dentes muito próximos, Érica precisa escolher fios bem finos, por isso analisou a espessura dos fios com auxílio da Ótica Física e da Física Quântica. Para conseguir seu objetivo, preparou a seguinte experiência realizando-a numa sala escura. Ela incidiu um feixe de luz com um apontador laser sobre um fio dental, posicionado numa abertura de um pedaço de papelão, e pôde observar a figura de difração formada no anteparo com seus máximos e mínimos de intensidade (figura 1).

Érica utilizou, separadamente, duas marcas de fios cujas referências nas embalagens afirmavam ser fio dental tipo extrafino (E) e fio dental tipo ultrafino (U). Os resultados observados por Érica estão mostrados na figura 2.



Para auxiliar na análise dos resultados obtidos, Érica reuniu algumas informações contidas no quadro abaixo e na figura 3.

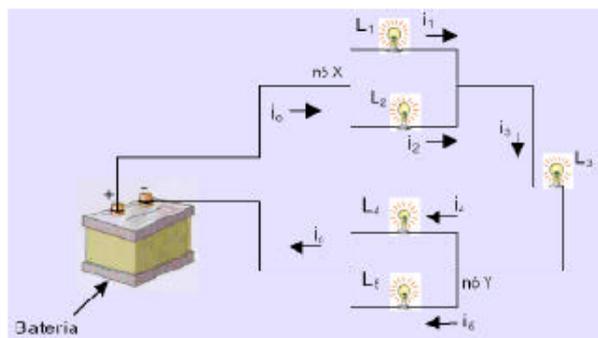
<p><b>Ótica Física</b>  <math>x \sin \theta = m \lambda</math> é a equação que descreve a posição dos mínimos de difração de fenda única. Em que:  <math>m = 1, 2, 3, \dots</math> dá a ordem dos mínimos a direita ou a esquerda do máximo central;  <math>\lambda</math>: é o comprimento de onda da luz que incide na fenda;  <math>\theta</math>: é o ângulo que permite determinar a posição dos mínimos de difração no anteparo;  <math>x</math>: é a largura da fenda ou o diâmetro do fio.</p> <p><b>Física Quântica</b>  <math>x \cdot p_x \geq \frac{h}{4\pi}</math> é a expressão do princípio da incerteza de Heisenberg. Em que:  <math>h</math>: é a constante de Planck;  <math>p_x</math>: é a incerteza na componente x do momento linear;  <math>x</math>: é a incerteza na posição.</p>	<p>luz incidindo perpendicularmente na fenda</p>
--	--

Face ao acima exposto, explique como Érica pode determinar corretamente qual fio dental é o mais fino. Para isso, recorra a duas formas distintas de análise:

- A) fazendo uso da equação da ótica física;
- B) fazendo uso do princípio de Heisenberg aplicado aos fótons.

## FÍSICA

## QUESTÃO 1



A) Usando a lei dos nós de Kirchhoff temos, primeiro no nó X:

$$i_0 - i_1 - i_2 = 0 \quad i_2 = i_0 - i_1 \quad i_2 = 250 - 62$$

$$i_2 = 188 \text{ mA}$$

Em seguida, temos no nó Y:

$$i_3 - i_4 - i_5 = 0 \quad i_5 = i_3 - i_4 \quad \text{como } i_3 = i_0 \quad i_5 = 250 - 125$$

$$i_5 = 125 \text{ mA}$$

B) A lei da conservação da carga.

C) Usando a lei das malhas de Kirchhoff temos para a malha mais externa:

$$\varepsilon - \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_3 - \mathcal{V}_5 = 0 \quad \mathcal{V}_3 = \varepsilon - \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_5. \text{ Sendo } \mathcal{V}_4 = \mathcal{V}_5, \text{ concluímos que } \mathcal{V}_3 = 12 - 4 - 3, \text{ ou seja:}$$

$$\mathcal{V}_3 = 5 \text{ V}$$

D) A lei da conservação da energia.

## QUESTÃO 3

- A) Como a corrente é alternada, surge um campo magnético variável com o tempo  $B(t)$ . Esse campo dá origem a um fluxo magnético variável, induzindo, portanto, uma força eletromotriz,  $\varepsilon$ , dada por  $\varepsilon = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$  (lei de Faraday). Essa força eletromotriz faz surgir no recipiente metálico uma corrente elétrica. Por efeito Joule, energia elétrica se transformará em energia térmica, aquecendo o recipiente que, em contato com a água, aumentará a temperatura da mesma.
- B) Parte do calor gerado por efeito Joule no recipiente de cobre foi transferido para a água. Nesse processo, a água contida no recipiente evaporou devido ao aumento da energia cinética média (temperatura) de suas moléculas. Uma consequência disso é que a água (no estado de vapor) ocupou um maior volume e, portanto, exibiu um grau mais elevado de desordem, quando comparado com a água no estado líquido. De acordo com a segunda lei da termodinâmica, a entropia aumenta conforme o aumento da desordem do sistema. Logo, a entropia da água aumentou nesse processo.

## QUESTÃO 4

- A) A energia de um fóton para a frequência dada é

$$E_f = hf = 6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14}$$

$$E_f = 3,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Seja  $m = 0,4 \text{ kg}$  a massa da refeição. A energia equivalente a essa massa é

$$E = mc^2 = 4 \times 10^{-1} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$E = 3,6 \times 10^{16} \text{ J}$$

$$\text{Então } N = E/E_f = 3,6 \times 10^{16} / 3,6 \times 10^{-19}$$

$$N = 1 \times 10^{35} \text{ fótons}$$

- B) [comprimento] = L  
 [tempo] = T  
 [frequência] =  $T^{-1}$   
 [velocidade] =  $LT^{-1}$   
 [massa] = M

$$[h] = \frac{[E]}{[f]} = \frac{[massa][velocidade]^2}{[frequência]}$$

$$[h] = \frac{M L^2 T^{-2}}{T^{-1}}$$

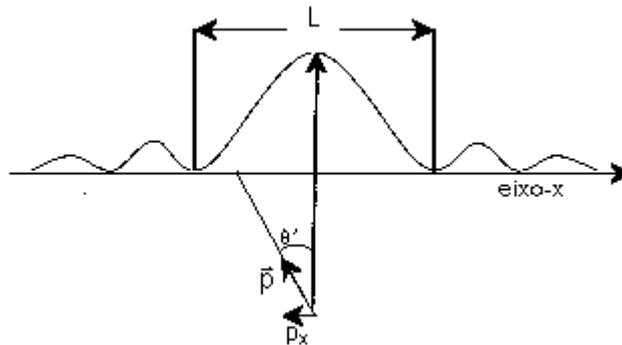
$$[h] = ML^2 T^{-1}$$

Em unidades do SI,  $h$  é expresso em

$$\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

## QUESTÃO 5

A) Usando a equação da ótica física  $\Delta x = \frac{\lambda}{\text{sen}\theta}$  (para o primeiro mínimo de difração,  $m=1$ ), podemos comparar as espessuras dos fios. Como  $\lambda$  é o mesmo para a difração nos dois fios, será mais fino o fio que apresentar maior largura para o máximo central e, portanto, maior valor para o  $\text{sen}\theta$ . Logo, de acordo com a figura 2, o fio (E) é o mais fino.



B) A análise de uma figura de difração permite concluir que a largura  $L$  do máximo central está relacionada com a incerteza  $\Delta p_x$ , da componente  $p_x$  do momento linear dos fótons. Quando um dado fóton de momento linear,  $p$ , vai atingir o anteparo, sua componente  $p_x$  depende da direção que ele está seguindo ( $p_x = p \text{sen}\theta'$ ), conforme mostra a figura abaixo.

Se a largura,  $L$ , do máximo central for grande, valores maiores de  $\theta'$  serão possíveis e isso aumentará a incerteza  $\Delta p_x$ . Pelo princípio da incerteza  $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h$ . Se  $\Delta p_x$  for grande implica  $\Delta x$  pequeno ( $\Delta x$ : espessura do fio, incerteza na posição). Logo, observando a figura 2 da questão, podemos afirmar que o fio E é o mais fino.