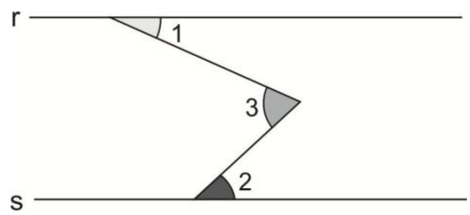
GEOMETRIA PLANA - FUVEST

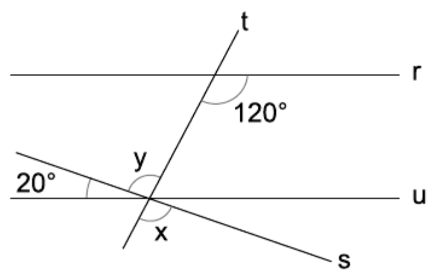
Triângulos

01. (Fuvest/96) Na figura, as retas *r* e *s* são paralelas, o ângulo 1 mede 45º e o ângulo 2 mede 55º. A medida, em graus, do ângulo 3 é:



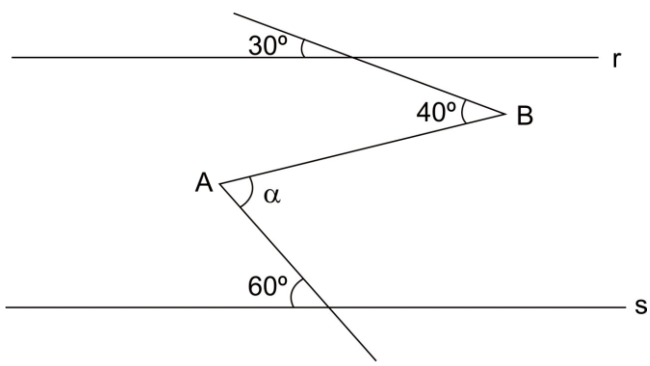
a) 50 b) 55 c) 60 d) 80 e) 100

02. (FGV) Considere as retas r, s, t, u, todas num mesmo plano, com r // u. O valor em graus de $(2x+3y)$ é:



a) 64º b) 500º c) 520º d) 660º e) 580º

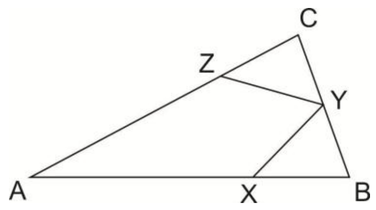
03. (FGV/04) Na figura, os pontos A e B estão no mesmo plano que contém as retas paralelas *r* e *s*.



Assinale o valor de α

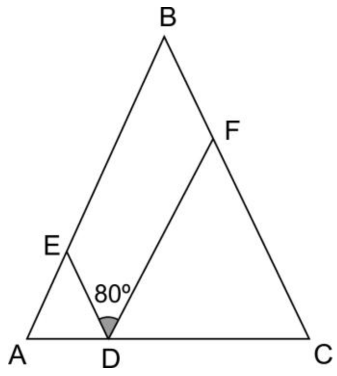
a) 30° b) 50° c) 40° d) 70° e) 60°

04. (Fuvest/91) Na figura, *AB* = *AC*, *BX* = *BY* e *CZ* = *CY*. Se o ângulo $\hat{A}$ mede 40º, então o ângulo $X\hat{Y}Z$ mede:



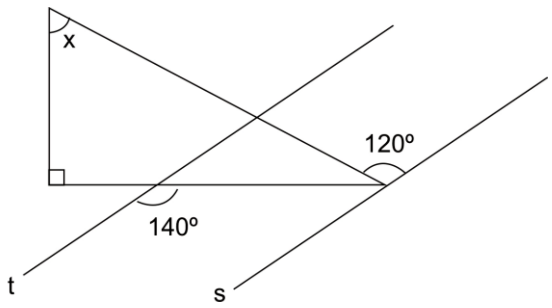
a) 40º° b) 50º° c) 60º° d) 70º° e) 90º°

05. (Fuvest/01) Na figura abaixo, tem-se que $AD = AE$, $CD = CF$ e $BA = BC$. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80º, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede:



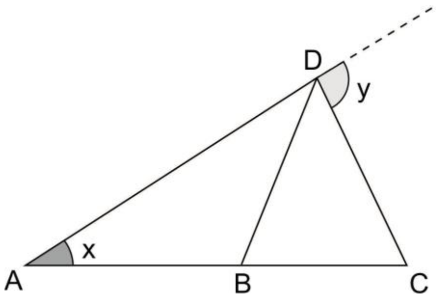
a) 20º b) 30º c) 50º ° d) 60º ° e) 90º °

06. (Fuvest/98) As retas t e s são paralelas. A medida do ângulo *x*, em graus, é:



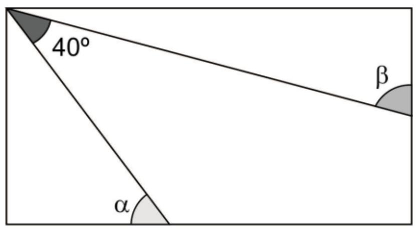
a) 30 b) 40 c) 50 d) 60 e) 70

07. (Fuvest/81) Na figura $AB = BD = CD$. Então:



a) $y = 3x$
b) $y = 2x$
c) $x + y = 180^o$
d) $x = y$
e) $3x = 2y$

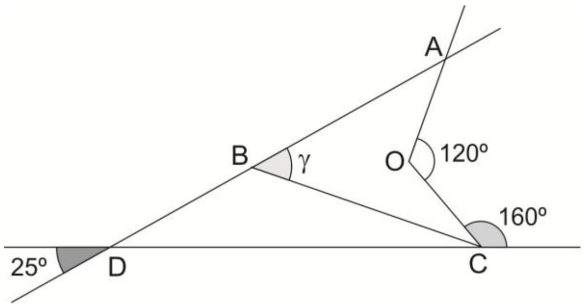
08. (Fuvest/97) No retângulo a seguir, o valor, em graus, de $\alpha + \beta$ é



a) 50 b) 90 c) 120 d) 130 e) 220

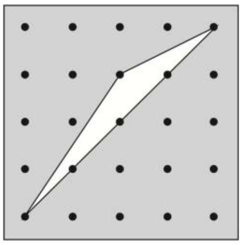
09. (Fuvest) Um triângulo *ABC* tem ângulos $\hat{A} = 40^o$ e $\hat{B} = 50^o$. Qual é o ângulo formado pelas alturas relativas aos vértices *A* e *B* desse triângulo?
a) 30º° b) 45º° c) 60º° d) 90º° e) 120º°

10. Na figura, $\overline{BC}$ é a bissetriz do ângulo $O\hat{C}D$. Determine o valor de α.



a) 40º b) 35º c) 60º d) 30º e) 45º

11. (Fuvest/98) Considere o triângulo representado na malha pontilhada com quadrados de lados iguais a 1 cm. A área do triângulo, em cm^2, é



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

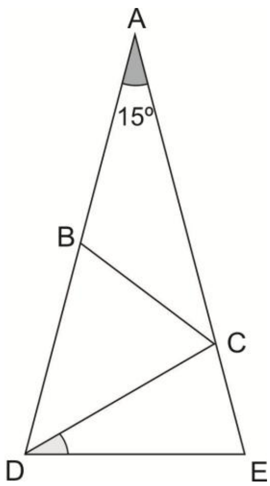
12. (Fuvest/77) Num triângulo ABC, os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ medem 50º e 70º, respectivamente. A bissetriz relativa ao vértice A forma com a reta $\overleftrightarrow{BC}$ ângulos proporcionais a:
a) 1 e 2 b) 2 e 3 c) 3 e 4 d) 4 e 5 e) 5 e 6

13. (Fuvest/79) Num triângulo isósceles um ângulo A mede 100º. Qual o ângulo formado pelas alturas que não passam pelo vértice A?

14. (UFC/10) Dois dos ângulos internos de um triângulo têm medidas iguais a 30º° e 105º. Sabendo que o lado oposto ao ângulo de medida 105º mede ($\sqrt{3}+1$) cm, é correto afirmar que a área do triângulo mede, em cm^2:

a) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}+3$ c) $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ d) $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $2+\sqrt{3}$

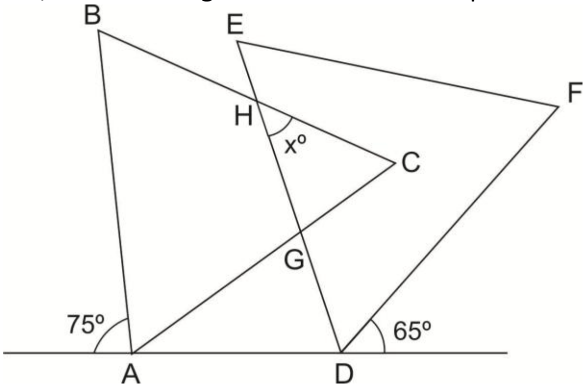
15. Na figura $AB = BC = CD = DE$ e $B\hat{A}C = 15^o$, então calcule $C\hat{D}E$.



16. (UFG/97) Num triângulo isósceles ABC, tem-se *AB* = *AC*. Prolonga-se o lado BA (no sentido de B para A) de um segmento AD, tal que *AD* = *AB*. Mostre que o triângulo BCD é retângulo.

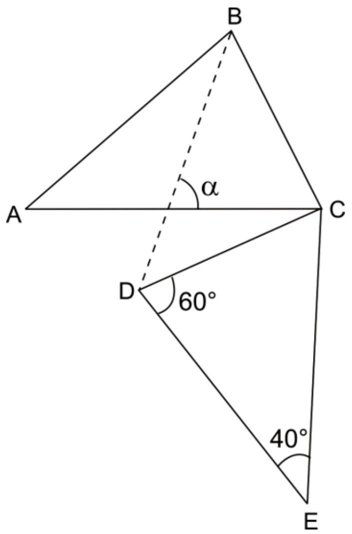
17. (Fuvest) Toda reta que passa pelo ponto médio de um segmento é equidistante dos extremos do segmento. Provar.

18. (Treinamento OBMEP) Na figura, os dois triângulos ABC e FDE são eqüiláteros. Qual é o valor do ângulo *x*?



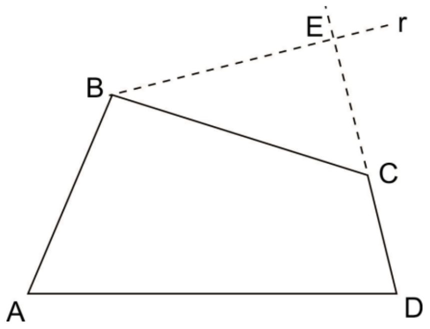
a) 30º° b) 40º° c) 50º° d) 60º° e) 70º°

19. (OBM) O triângulo *CDE* pode ser obtido pela rotação do triângulo *ABC* de 90º no sentido anti-horário ao redor de *C*, conforme mostrado no desenho abaixo. Podemos afirmar que α é igual a:



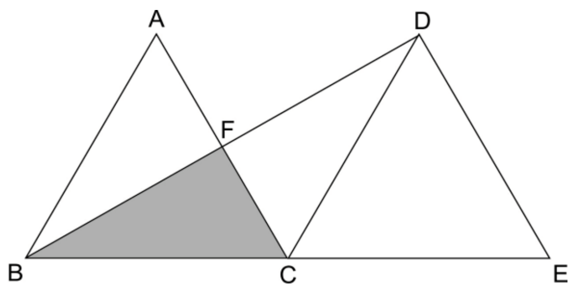
a) 75º° b) 65º° c) 70º° d) 45º° e) 55º

20. (Fuvest/01) Na figura abaixo, a reta *r* é paralela ao segmento $\overline{AC}$, sendo *E* o ponto de intersecção de *r* com a reta determinada por *D* e *C*. Se as áreas dos triângulos *ACE* e *ADC* são 4 e 10, respectivamente, e a área do quadrilátero *ABED* é 21, então a área do triângulo *BCE* é:



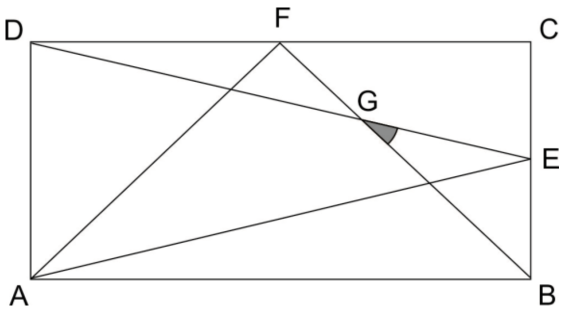
a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

21. (Fuvest/02) Na figura abaixo, os triângulos *ABC* e *DCE* são eqüiláteros de lado ℓ, com *B*, *C* e *E* colineares. Seja *F* a intersecção de $\overline{BD}$ com $\overline{AC}$. Então, a área do triângulo *BCF* é:

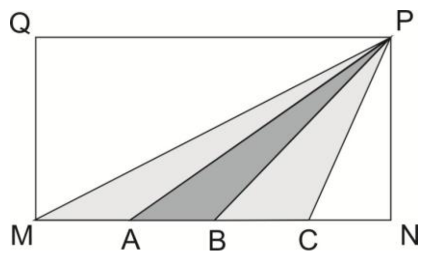


a) $\frac{\sqrt{3}}{8}\ell^2$ b) $\frac{\sqrt{3}}{6}\ell^2$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}\ell^2$ d) $\frac{5\sqrt{3}}{6}\ell^2$ e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\ell^2$

22. (OBM) No retângulo *ABCD*, *E* é o ponto médio do lado *BC* e *F* é o ponto médio do lado *CD.* A interseção de *DE* com *FB* é *G*. O ângulo $E\hat{A}F$ mede 20º. Quanto vale o ângulo $E\hat{G}B$?

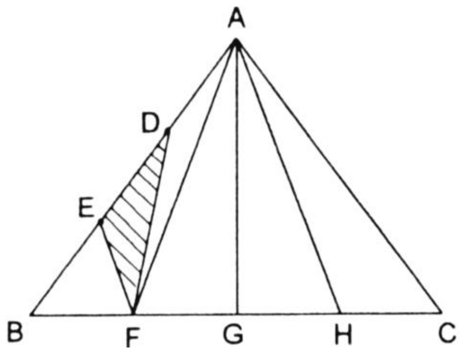


23. (UEL/03) A bandeira de um time de futebol tem o formato de um retângulo MNPQ. Os pontos A, B e C dividem o lado MN em quatro partes iguais. Os triângulos PMA e PCB são coloridos com uma determinada cor C_1, o triângulo PAB com uma cor C_2 e o restante da bandeira com uma cor C_3. Sabe-se que as cores C_1, C_2 e C_3 são diferentes entre si. Que porcentagem da bandeira é ocupada pela cor C_1?



a) 12,5% b) 15% c) 22,5% d) 25% e) 26,5%

24. (UERJ/93) Na triângulo ABC da figura abaixo, os pontos D e E dividem o lado AB em três lados iguais e os pontos F, G e H dividem o lado BC em quatro partes iguais.



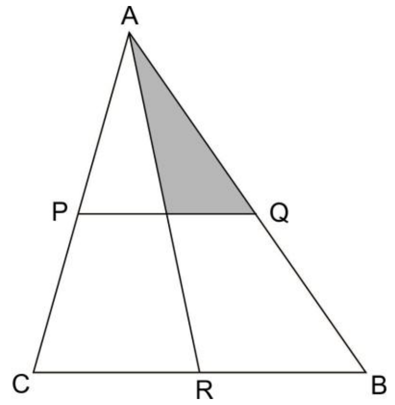
A razão entre as áreas dos triângulos DEF e ABC vale:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{1}{15}$

25. (UECE/07) As retas *r* e *s* são paralelas, a distância entre elas é 7 m e o segmento *AB*, com $A \in r$ e $B \in r$, é perpendicular a *r*. Se *P* e um ponto em *AB* tal que o segmento *AP* mede 3 m e *X* e *Y* são pontos em *r* e *s*, respectivamente, de modo que o ângulo $X\hat{P}Y$ mede 90º, a menor área possível do triângulo *XPY*, em m^2, é

a) 21 b) 16 c) 14 d) 12

26. (UFRGS/98) No triângulo *ABC* desenhado abaixo, *P*, *Q* e *R* são os pontos médios dos lados. Se a medida da área do triângulo hachurado é 5, a medida da área do triângulo *ABC* é



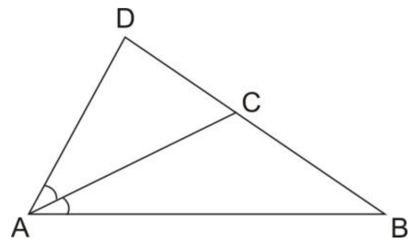
a) 20 b) 25 c) 30 d) 35 e) 40

27. (Fuvest/05) A soma das distâncias de um ponto interior de um triângulo equilátero aos seus lados é 9. Assim, a medida do lado do triângulo é

a) $5\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $7\sqrt{3}$ d) $8\sqrt{3}$ e) $9\sqrt{3}$

Teorema de Tales

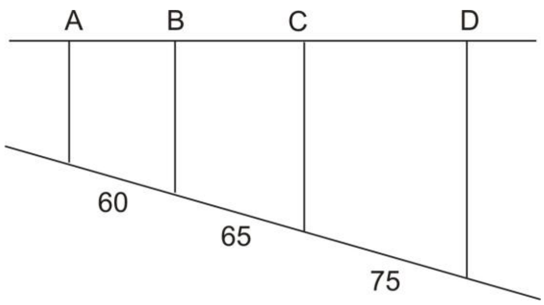
28. No diagrama abaixo *AC* é a bissetriz do ângulo $D\hat{A}B$ e *B*, *C*, *D* são pontos colineares. Se *CD* = 6, *BD* = 10 e *AD* = 9, qual a medida de *AB*?



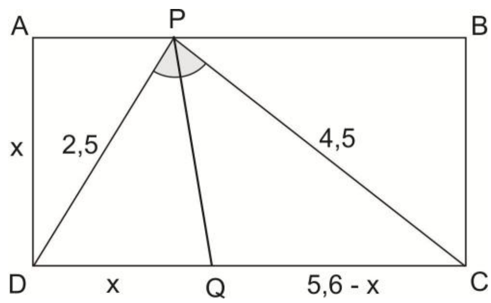
a) 3 b) 4 c) 6 d) 8 e) 9

29. Para a instalação de luz elétrica no quarteirão de um loteamento, serão colocados quatro postes, A, B, C e D, como indica a figura abaixo. Sabendo-se que as laterais dos terrenos são paralelas e a distância AD corresponde a 180 m, é certo afirmar que a distância entre os postes A e B corresponde a:

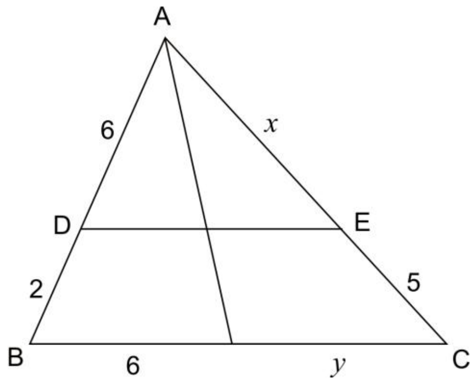
a) 50 m b) 52 m c) 54 m d) 56 m e) 58 m



30. Na figura a seguir ABCD é um retângulo e $\overline{PQ}$ é a bissetriz interna do ângulo $\hat{P}$ do ΔDPC. Sabe-se que $AD = DQ$ e que as medidas estão indicadas em centímetros. Qual é o perímetro do retângulo ABCD?



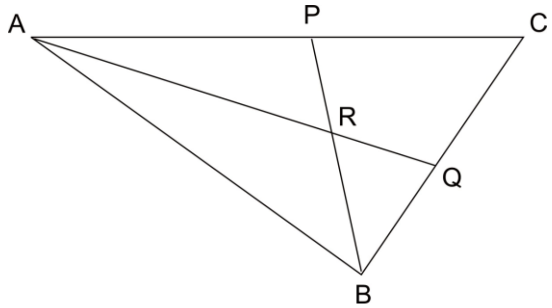
31. (CN/98) Na figura abaixo, *DE* é paralelo a *BC* e *AM* é bissetriz interna do triângulo *ABC*. Então $x + y$ é igual a



a) 15 b) 30 c) 20 d) 35 e) 25

32. Considere um triângulo ABC isósceles, com $\hat{A} = 36^o$ e $\hat{B} = \hat{C} = 72^o$. A bissetriz de $\hat{B}$ intercepta o lado AC em D, tal que $DC = 1$. Calcule o valor de AC.

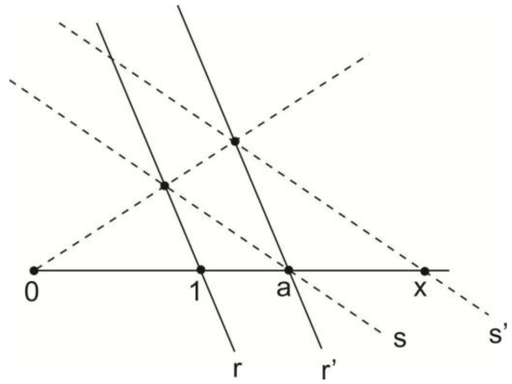
33. (FGV/05) Na figura, *ABC* é um triângulo com *AC* = 20 cm, *AB* = 15 cm e *BC* = 14 cm.



Sendo AQ e BP bissetrizes interiores do triângulo ABC, o quociente QR/AR é igual a

a) 0,3 b) 0,35 c) 0,4 d) 0,45 e) 0,5

34. (Mack) Na figura temos r//r' e s//s'. Então, para todo $a > 1$, o valor da abscissa x é:



a) $2a$ b) a^2 c) $(a+1)^2$ d) $a+1$ e) $\sqrt{a}+1$

35. (Fuvest/04) Um triângulo ABC tem lados de comprimentos $AB = 5$, $BC = 4$ e $AC = 2$. Sejam *M* e *N* os pontos de $\overline{AB}$ tais que $\overline{CM}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $A\hat{C}B$ e $\overline{CN}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AB}$. Determinar o comprimento de $\overline{MN}$.

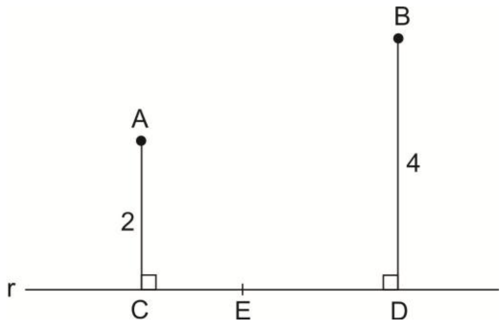
36. No triângulo ABC, o lado AC e a mediatriz do segmento BC se encontram no ponto D, e a reta BD é bissetriz de ABC. Se $AD = 9$ e $DC = 7$, qual a área do triângulo ABD?

a) 14 b) 21 c) 28 d) $14\sqrt{5}$ e) $28\sqrt{5}$

Semelhança de Triângulos

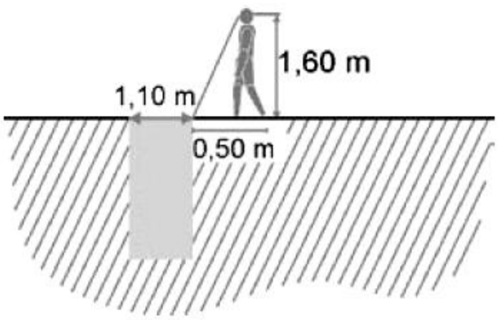
37. (Fuvest/82) A sombra de um poste vertical, projetada pelo Sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. A altura do poste é:
a) 6 m b) 7,2 m c) 12 m d) 20 m e) 72 m

38. (Fuvest/99) Na figura abaixo, as distâncias dos pontos *A* e *B* à reta *r* valem 2 e 4. As projeções ortogonais de *A* e *B* sobre essa reta são os pontos *C* e *D*. Se a medida de $\overline{CD}$ é 9, a que distância de *C* deverá estar o ponto *E*, do segmento $\overline{CD}$, para que $C\hat{E}A = D\hat{E}B$?



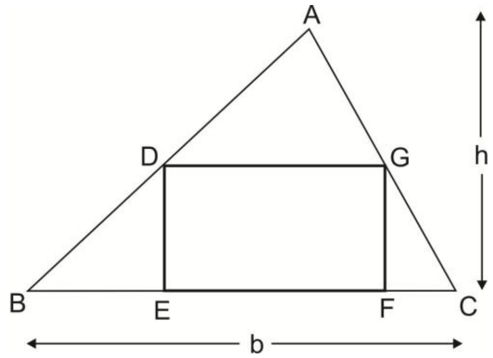
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

39. (UFRGS) Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,50 m de sua borda. Dessa forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura



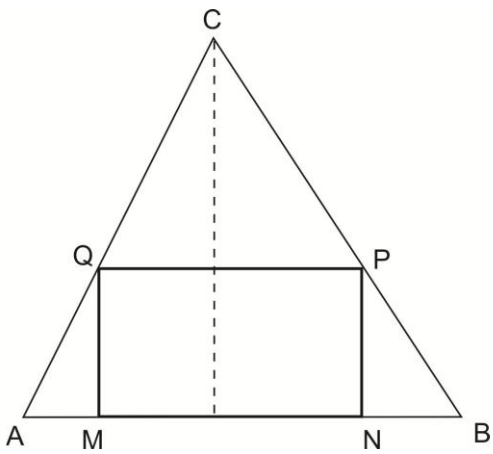
Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade de poço é:
a) 2,82 m b) 3,00 m c) 3,30 m d) 3,52 m e) 3,85 m

40. (Fuvest/03) O triângulo A*BC* tem altura *h* e base *b* (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo *DEFG*, cuja base é o dobro da altura. Nessas condições, a altura do retângulo, em função de *h* e *b*, é dada pela fórmula:



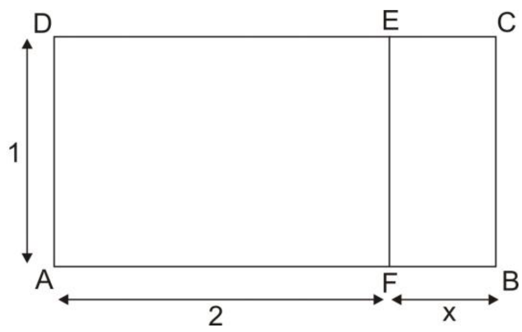
a) $\dfrac{bh}{h+b}$ b) $\dfrac{2bh}{h+b}$ c) $\dfrac{bh}{h+2b}$ d) $\dfrac{bh}{2h+b}$ e) $\dfrac{bh}{2(h+b)}$

41. (Fuvest/98) No triângulo acutângulo *ABC* a base *AB* mede 4 cm e a altura relativa a essa base também mede 4 cm. *MNPQ* é um retângulo cujos vértices *M* e *N* pertencem ao lado $\overline{AB}$, *P* pertence ao lado $\overline{BC}$ e *Q* ao lado $\overline{AC}$. O perímetro desse retângulo, em cm, é



a) 4 b) 8 c) 12 d) 14 e) 16

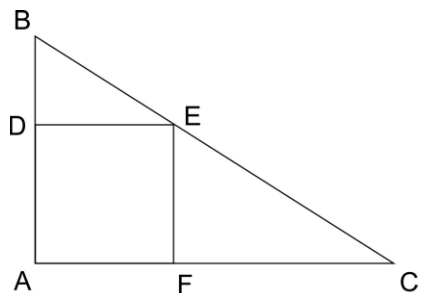
42. (UFRGS/01) Considere a figura abaixo.



Se os retângulos *ABCD* e *BCEF* são semelhantes, e $AD=1$, $AF=2$ e $FB=x$, então x vale

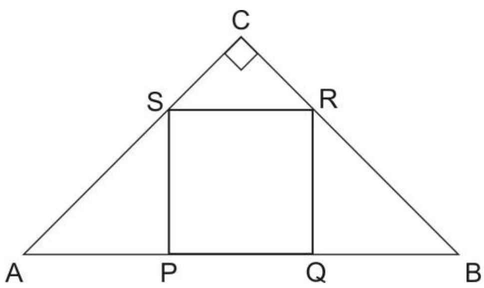
a) $-1+\sqrt{2}$ b) 1 c) $\sqrt{2}$ d) $1+\sqrt{2}$ e) 2

43. (Fuvest/79) Na figura, no triângulo *ABC* é retângulo em *A*, *ADEF* é um quadrado, $\overline{AB}=1$ e $\overline{AC}=3$. Quanto mede o lado do quadrado?



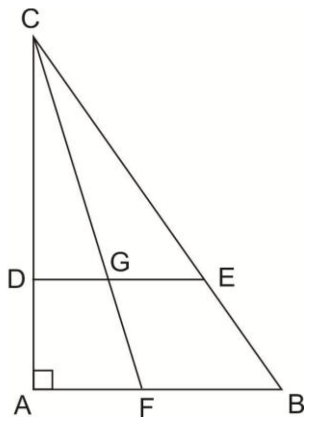
a) 0,70 b) 0,75 c) 0,80 d) 0,85 e) 0,90

44. (Fuvest/00) Na figura abaixo, *ABC* é um triângulo isósceles e retângulo em *A* e *PQRS* é um quadrado de lado $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. Então, a medida do lado $\overline{AB}$ é:



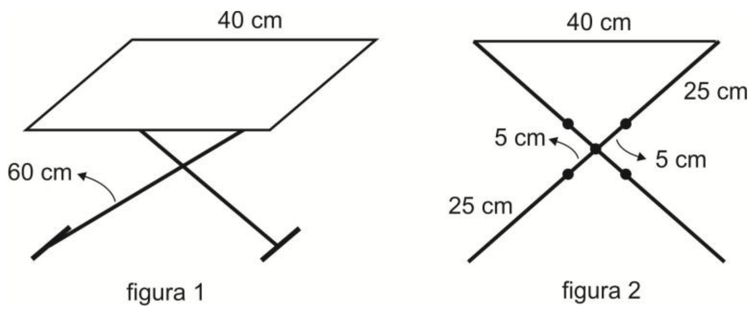
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

45. (Fuvest/00) Na figura, *ABC* é um triângulo retângulo de catetos *AB* = 4 e *AC* = 5. O segmento $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{AB}$, *F* é um ponto de $\overline{AB}$ e o segmento $\overline{CF}$ intercepta $\overline{DE}$ no ponto *G*, com *CG* = 4 e *CF* = 2. Assim, a área do triângulo *CDE* é:



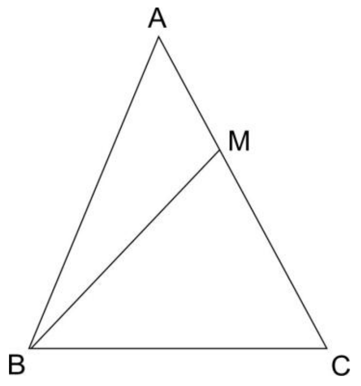
a) $\frac{16}{3}$ b) $\frac{35}{6}$ c) $\frac{39}{8}$ d) $\frac{40}{9}$ e) $\frac{70}{9}$

46. (Fuvest/02) Um banco de altura regulável, cujo assento tem forma retangular, de comprimento 40 cm, apóia-se sobre duas barras iguais, de comprimento 60 cm (ver figura 1). Cada barra tem três furos, e o ajuste da altura do banco é feito colocando-se o parafuso nos primeiros, ou nos segundos, ou nos terceiros furos das barras (ver visão lateral do banco, na figura 2).



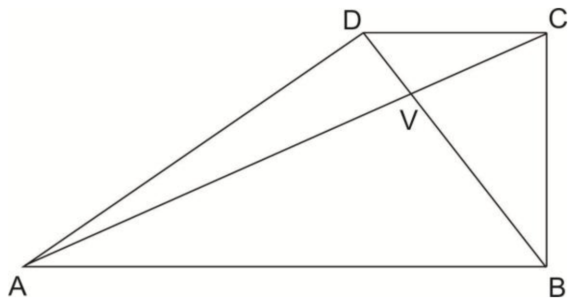
A menor altura que pode ser obtida é:
a) 36 cm b) 38 cm c) 40 cm d) 42 cm e) 44 cm

47. (Fuvest/77) Dados: $M\hat{B}C = B\hat{A}C$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AC} = 4$. Então $\overline{MC}$ é igual a:



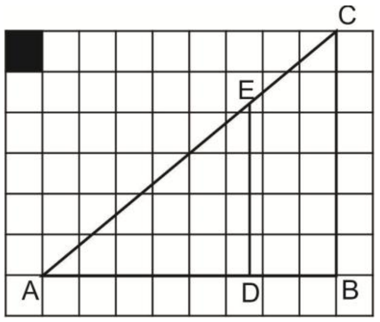
a) 3,5 b) 2 c) 1,5 d) 1 e) 0,5

48. (Fuvest/94) *ABCD* é um trapézio; *BC* = 2, *BD* = 4 e o ângulo $A\hat{B}C$ é reto.



a) Calcule a área do triângulo *ACD*.
b) Determine *AB* sabendo que *BV* = 3*VD*.

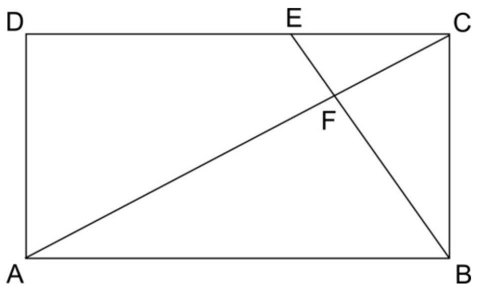
49. (Fuvest/97) No papel quadriculado da figura a seguir, adota-se como unidade de comprimento o lado do quadrado hachurado. $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$.



Para que a área do triângulo *ADE* seja a metade da área do triângulo *ABC*, a medida de $\overline{AD}$, na unidade adotada, é

a) $4\sqrt{2}$ b) 4 c) $3\sqrt{3}$ d) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

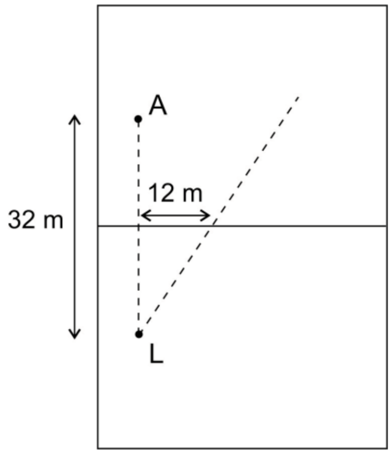
50. (Fuvest/07) A figura representa um retângulo *ABCD*, com *AB* = 5 e *AD* = 3. O ponto *E* está no segmento $\overline{CD}$ de maneira que $CE = 1$, e *F* é o ponto de interseção da diagonal $\overline{AC}$ com o segmento $\overline{BE}$.



Então a área do triângulo *BCF* vale

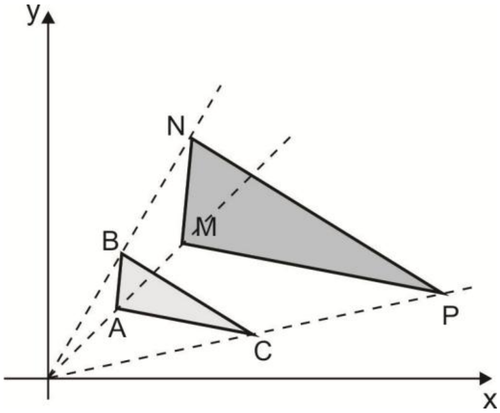
a) 6/5 b) 5/4 c) 4/3 d) 7/5 e) 3/2

51. (Fuvest/04) Um lateral L faz um lançamento para um atacante A, situado 32 m à sua frente em uma linha paralela à lateral do campo de futebol. A bola, entretanto, segue uma trajetória retilínea, mas não paralela à lateral e quando passa pela linha de meio do campo está a uma distância de 12m da linha que une o lateral ao atacante. Sabendo-se que a linha de meio do campo está à mesma distância dos dois jogadores, a distância mínima que o atacante terá que percorrer para encontrar a trajetória da bola será de:



a) 18,8m b) 19,2m c) 19,6m d) 20m e) 20,4m

52. (Fuvest/77) Na figura, $A=(3,4)$, $M=(9,12)$, $AB//\ MN$ e $AC//MP$. A área do triângulo ABC é 8. A área do triângulo MNP é



a) $\frac{8}{9}$

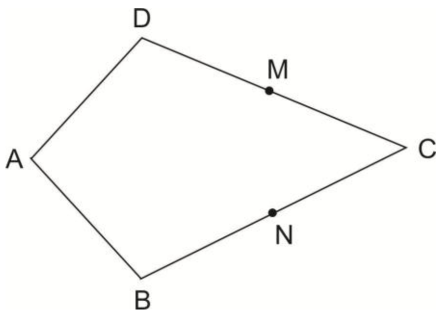
b) $\frac{8}{3}$

d) 24

d) $36\sqrt{3}$

e) 72

53. (Fuvest/95) No quadrilátero *ABCD* abaixo, $A\hat{B}C=150^{o}$, *AD* = *AB* = 4 cm, *BC* = 10 cm, *MN* = 2 cm, sendo *M* e *N*, respectivamente, os pontos médios de $\overline{CD}$ e $\overline{BC}$.



A medida, em cm^2, da área do triângulo *BCD* é:

a) 10

b) 15

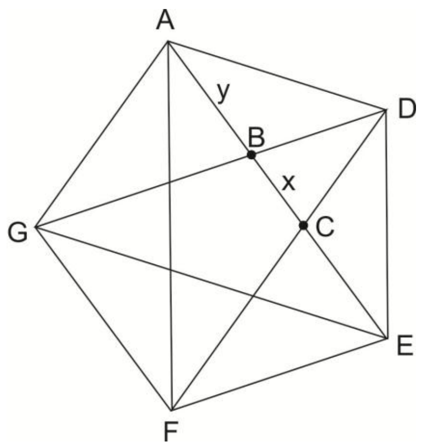
c) 20

d) 30

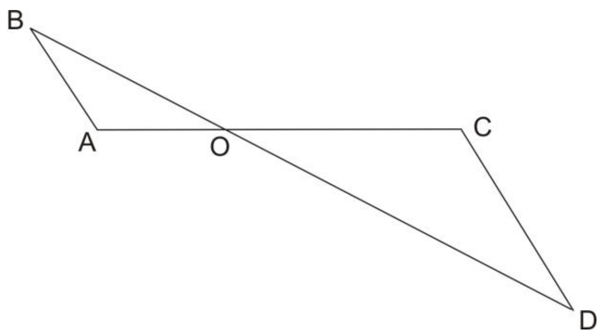
e) 40

54. (Fuvest/11) Define-se geometricamente a razão áurea do seguinte modo: O ponto C da figura abaixo divide o segmento $\overline{AB}$ na razão áurea quando os valores AC/AB e CB/AC são iguais. Esse valor comum é chamado "razão áurea".
A razão áurea, também denominada proporção áurea, número de ouro ou divina proporção, conquistou a imaginação popular e é tema de vários livros e artigos. Em geral, suas propriedades matemáticas estão corretamente enunciadas, mas muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estética são falsas ou equivocadas. Infelizmente, essas afirmações sobre a razão áurea foram amplamente divulgadas e adquiriram status de senso comum. Mesmo livros de geometria utilizados no ensino médio trazem conceitos incorretos sobre ela.
Trecho traduzido e adaptado do artigo de G. Markowsky, Misconceptions about the golden ratio, *The College Mathematics Journal*, 23, 1, january, 1992, pp. 2-19.

a) Reescreva o trecho "(...) mas muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estética são falsas ou equivocadas", substituindo a conjunção que o inicia por "embora", com as devidas alterações.
b) O verbo da oração "Infelizmente, essas afirmações sobre a razão áurea foram amplamente divulgadas" está na voz passiva analítica. Reescreva-a com o verbo na voz passiva sintética, fazendo as devidas alterações.
c) Na figura presente no espaço destinado à resposta desta questão, o polígono ADEFG é um pentágono regular. Utilize semelhança de triângulos para demonstrar que o ponto C da figura divide o segmento $\overline{AB}$ na razão áurea.

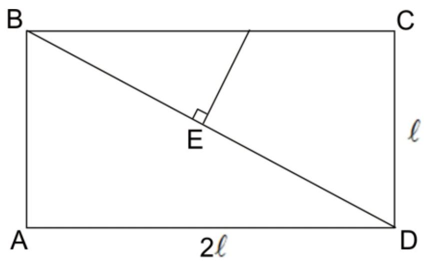


55. (Fuvest/07) Na figura abaixo, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos, o ângulo $O\hat{A}B$ mede 120º, AO = 3 e AB = 2. Sabendo-se ainda que a área do triângulo OCD vale $600\sqrt{3}$,



a) calcule a área do triângulo OAB.
b) determine OC e CD.

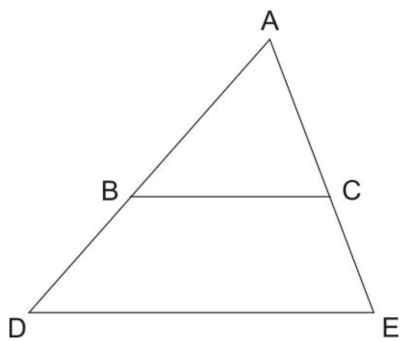
56. (Fuvest/08) No retângulo *ABCD* da figura tem-se $CD = \ell$ e $AD = 2\ell$. Além disso, o ponto *E* pertence à diagonal $\overline{BD}$, o ponto *F* pertence ao lado $\overline{BC}$ e $\overline{EF}$ é perpendicular a $\overline{BD}$. Sabendo que a área do retângulo *ABCD* é cinco vezes a área do triângulo *BEF*, então $\overline{BF}$ mede



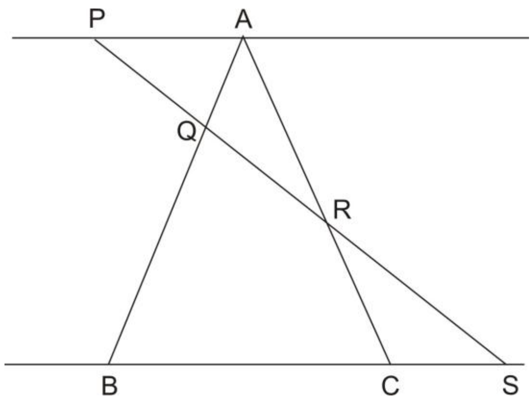
a) $\ell\sqrt{2}/8$ b) $\ell\sqrt{2}/4$ c) $\ell\sqrt{2}/2$ d) $3\ell\sqrt{2}/4$ e) $\ell\sqrt{2}$

57. (Fuvest) Num triângulo ABC, sejam P e Q pontos sobre BA e BC, respectivamente, de modo que a reta PQ seja paralela à reta AC e a área do trapézio APQC seja o triplo da área do triângulo PQB.
a) Qual a razão entre as áreas dos triângulos ABC e PQB?
b) Determine a razão AB/PB

58. (Fuvest/87) Na figura, BC é paralela a DE, AB = 4 e BD = 5. Determine a razão entre as área do triângulo ABC e do trapézio BCDE.

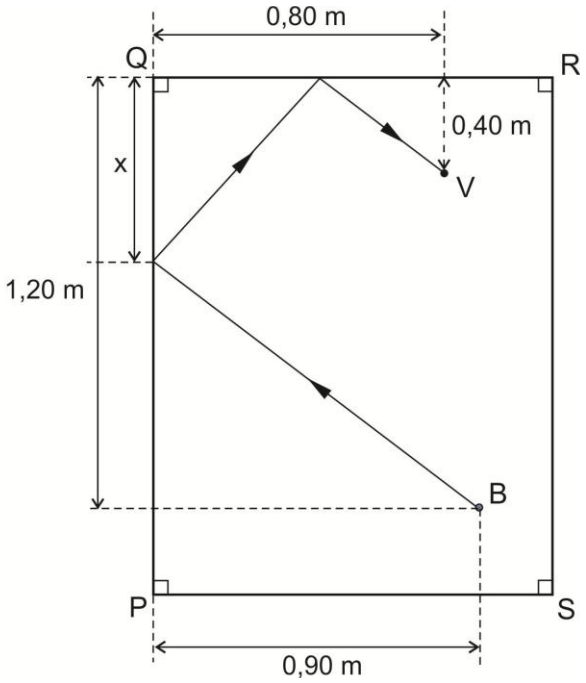


59. (Olimpíada Mexicana) Na figura, *ABC* é um triângulo eqüilátero de lado 3, e a reta *PA* é paralela à reta *BC*. Sabendo que *PQ* = *QR* = *RS*, então o comprimento do segmento $\overline{CS}$ é igual a



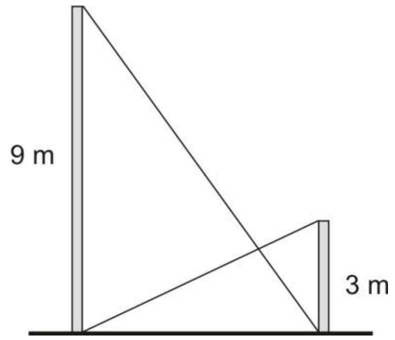
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$ d) 1 e) 2

60. (Fuvest/10) Em uma mesa de bilhar, coloca-se uma bola branca na posição *B* e uma bola vermelha na posição *V*, conforme o esquema abaixo.



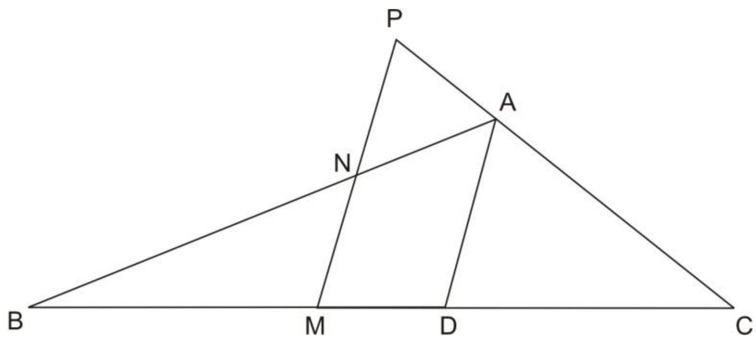
Deve-se jogar a bola branca de modo que ela siga a trajetória indicada na figura e atinja a bola vermelha. Assumindo que, em cada colisão da bola branca com uma das bordas da mesa, os ângulos de incidência e de reflexão são iguais, a que distância x do vértice Q deve-se jogar a bola branca?

61. (UEL) Após um tremor de terra, dois muros paralelos em uma rua de uma cidade ficaram ligeiramente abalados. Os moradores se reuniram e decidiram escorar os muros utilizando duas barras metálicas, como mostra a figura. Sabendo que os muros têm alturas de 9m e 3m, respectivamente, a que altura do nível do chão as duas barras se interceptam ? Despreze a espessura das barras



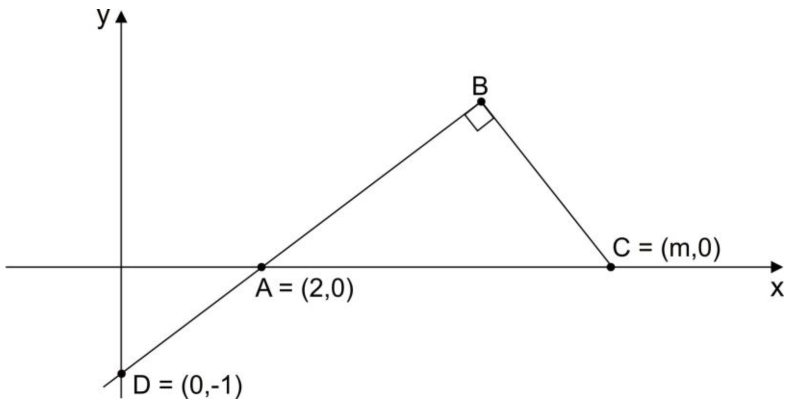
a) 1,50 m b) 1,75 m c) 2,00 m d) 2,25 m e) 2,50 m

62. (ITA) Considere o triângulo ABC, onde AD é a mediana relativa ao lado BC. Por um ponto arbitrário M do segmento BD, tracemos o segmento MP paralelo a AD, onde P é o ponto de interseção desta paralela com o prolongamento do lado AC (figura).

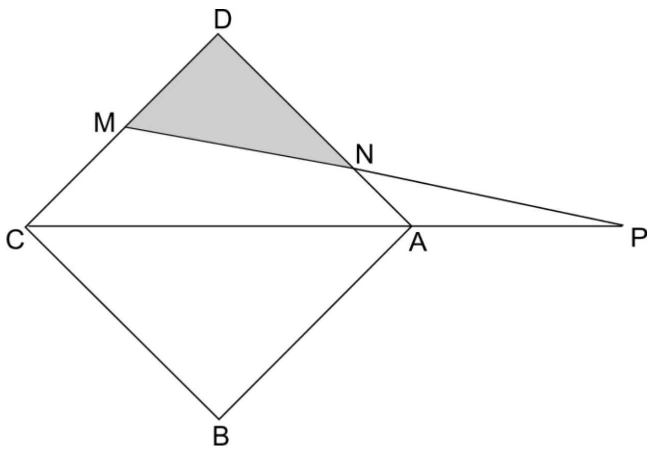


Se N é o ponto de interseção de AB com MP podemos afirmar que:
a) $MN + MP = 2BM$
b) $MN + MP = 2CM$
c) $MN + MP = 2AB$
d) $MN + MP = 2AD$
e) $MN + MP = 2AC$

63. (Fuvest/05) Na figura abaixo *A*, *B* e *D* são colineares e o valor da abscissa *m* do ponto *C* é positivo. Sabendo-se que a área do triângulo retângulo *ABC* é $\frac{5}{2}$, determine o valor de *m*.

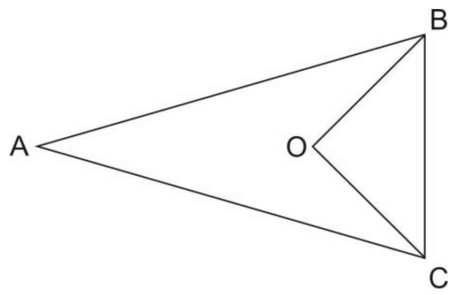


64. (Fuvest/90) Na figura, ABCD é um quadrado de 6 cm de lado, M é o ponto médio do lado DC e A é o ponto médio de PC. Calcule a área do triângulo MDN



Pontos Notáveis

65. Na figura abaixo, $AB = AC$, O é o incentro do triângulo ABCV, e o ângulo $B\hat{O}C$ é o triplo do ângulo $\hat{A}$. Então a medida de $\hat{A}$ é:

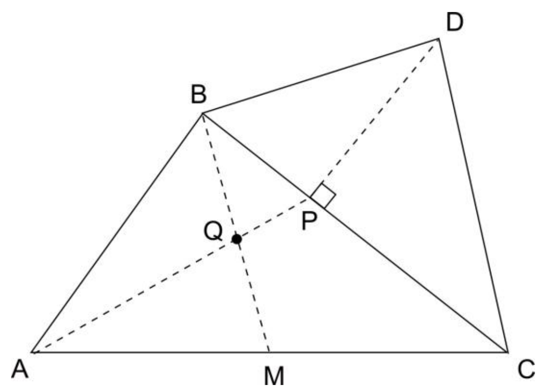


a) 18º b) 12º c) 24º d) 36º e) 15º

66. Seja *ABC* um triângulo e *O* o seu circuncentro. Seja *L* a intersecção de *BO* com o lado *AC*. Se *BC* = *BL* e $A\hat{B}L = 20^o$, determine a medida do ângulo $O\hat{B}C$.

67. (Olimpíada Chinesa) Considere que AD seja uma mediana do triângulo ABC e E seja ponto de AD tal que $AE = \frac{1}{3}AD$. A reta CE intersecta AB no ponto F. Se $AF = 1,2$ cm, determine o comprimento de AB.

68. (IBMEC/08) Na figura ao lado, feita fora de escala, considere os triângulos *ABC* e *BCD*. *M* é ponto do lado $\overline{AC}$, *P* é o ponto do lado $\overline{BC}$ tal que os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{DP}$ são perpendiculares, e *Q* é o ponto onde os segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{AP}$ interceptam-se. Sabendo que $AM = MC$, $BQ = 2 \cdot QM$, $CD = 6$ cm e $BP = 4$ cm, pode-se concluir que o perímetro do triângulo *BCD*, em centímetros, vale:



a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24

69. Qual a distância entre o circuncentro e o baricentro de um triângulo retângulo cujos catetos medem 5 cm e 12 cm ?

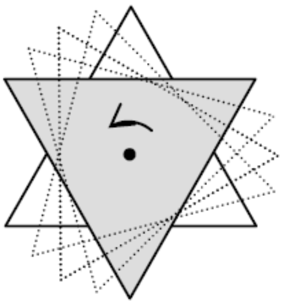
70. Seja *ABC* um triângulo isósceles, com $AB = AC$. Seja *I* o incentro desse triângulo. Se $AI = 3$ e a distância de *I* a *BC* é 2, determine a medida o lado *BC*.

71. (OBM) Seja N é o ponto do lado AC do triângulo *ABC* tal que $AN = 2NC$ e M o ponto do lado AB tal que MN é perpendicular a AB. Sabendo que *AC* = 12 cm e que o baricentro G do triângulo *ABC* pertence ao segmento *MN*, determine o comprimento do segmento *BG*.

72. (CN/08) Seja ABC um triângulo retângulo com catetos AC = 12 e AB = 5. A bissetriz interna traçada de C intersecta o lado AB em M. Sendo I o incentro de ABC, a razão entre as áreas de BMI e ABC é

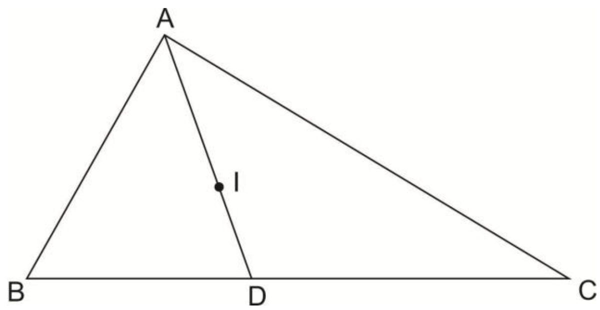
a) 1/50 b) 13/60 c) 1/30 d) 13/150 e) 2/25

73. Um triângulo equilátero de lado 3 cm é girado em torno de um eixo perpendicular ao triângulo e que passa pelo seu baricentro. Se o giro for de 60º, o valor do perímetro da figura obtida pela superposição do triângulo original e do triângulo obtido pelo giro é de

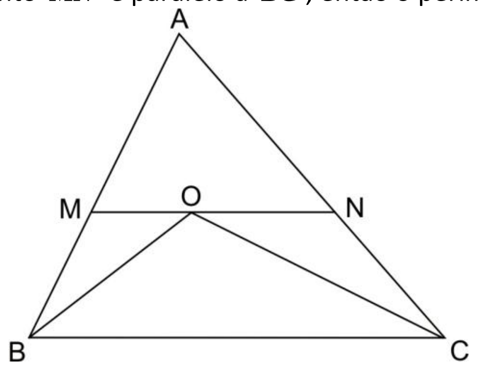


a) 12 b) 15 c) $9\sqrt{2}$ d) $9\sqrt{3}$

74. Na figura abaixo, *I* é o incentro do triângulo *ABC*. Sendo *AB* = 9 cm, *AC* = 12 cm e *BC* = 7 cm, calcule $\frac{AI}{DI}$



75. (UFPI) No triângulo *ABC* (figura abaixo), os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ medem respectivamente 5 cm e 7 cm. Se O é o incentro do triângulo *ABC* e O segmento $\overline{MN}$ é paralelo a $\overline{BC}$, então o perímetro do triângulo *AMN* é:

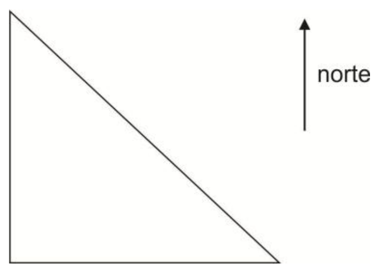


a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

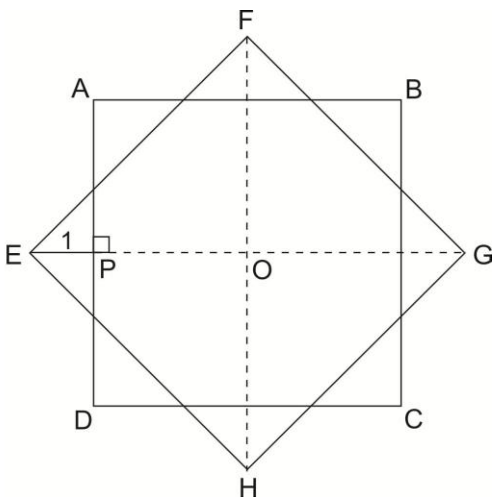
Triângulos Retângulos

76. (Fuvest/85) Um dos catetos de um triângulo retângulo mede 2 e a hipotenusa mede 6. A área do triângulo é
a) $2\sqrt{2}$ b) 6 c) $4\sqrt{2}$ d) 3 e) $\sqrt{6}$

77. (Fuvest/10) Um transportador havia entregado uma encomenda na cidade A, localizada a 85 km a noroeste da cidade B, e voltaria com seu veículo vazio pela rota AB em linha reta. No entanto, recebeu uma solicitação de entrega na cidade C, situada no cruzamento das rodovias que ligam A a C (sentido sul) e C a B (sentido leste), trechos de mesma extensão. Com base em sua experiência, o transportador percebeu que esse desvio de rota, antes de voltar à cidade B, só valeria a pena se ele cobrasse o combustível gasto a mais e também R$ 200,00 por hora adicional de viagem.
a) Indique a localização das cidades A, B e C no esquema apresentado na folha de respostas.
b) Calcule a distância em cada um dos trechos perpendiculares do caminho. (Considere a aproximação $\sqrt{2}=1,4$)
c) Calcule a diferença de percurso do novo trajeto relativamente ao retorno em linha reta.
d) Considerando o preço do óleo diesel a R$ 2,00 o litro, a velocidade média do veículo de 70 km/h e seu rendimento médio de 7 km por litro, estabeleça o preço mínimo para o transportador aceitar o trabalho

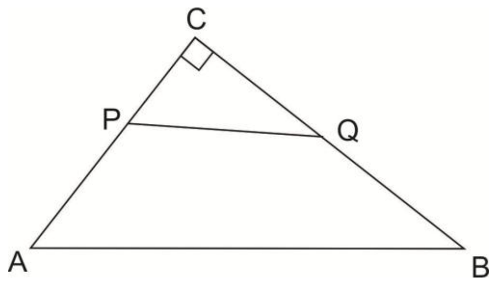


78. (Fuvest/01) Na figura abaixo, os quadrados ABCD e EFGH têm, ambos, lado a e centro O. Se $EP = 1$, então *a* é:



a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ b) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) 2 e) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$

79. (Fuvest/88)



Em um triângulo retângulo OAB, retângulo em O, com OA = a e OB = b, são dados os pontos P em OA e Q em OB de tal maneira que $AP = PQ = QB = x$. Nestas condições o valor de x é:

a) $\sqrt{ab} - a - b$
b) $a + b - \sqrt{2ab}$
c) $\sqrt{a^2 + b^2}$
d) $a + b + \sqrt{2ab}$
e) $\sqrt{ab} + a + b$

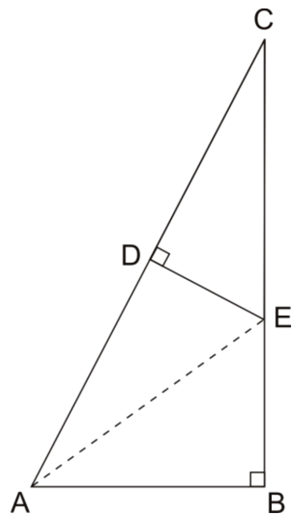
80. (Fuvest/79) Uma escada de 25 dm de comprimento se apóia num muro do qual seu pé dista 7 dm. Se o pé da escada se afastar mais 8 dm do muro, qual o deslocamento verificado pela extremidade superior da escada?

81. (Fuvest/97) Considere um triângulo *ABC* tal que a altura $\overline{BH}$ seja interna ao triângulo e os ângulos $B\hat{A}H$ e $H\hat{B}C$ sejam congruentes.

a) Determine a medida do ângulo $A\hat{B}C$.

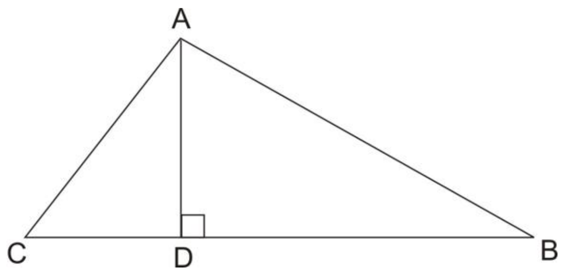
b) Calcule a medida de $\overline{AC}$, sabendo que *AB* = 4 cm e a razão entre as áreas dos triângulos *ABH* e *BCH* é igual a 2.

82. (Fuvest/04) Na figura, *ABC* e *CDE* são triângulos retângulos, *AB* = 1, *BC* = $\sqrt{3}$ e $BE = 2DE$. Logo a medida de $\overline{AE}$ é



a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ d) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$ e) $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

83. (Fuvest/06) Na figura abaixo, tem-se *AC* = 3, *AB* = 4 e *CB* = 6. O valor de *CD* é:



a) 17/12 b) 19/12 c) 23/12 d) 25/12 e) 29/12

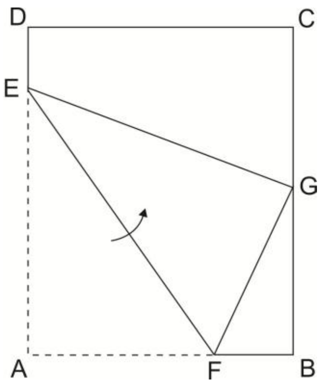
84. (Fuvest) Os lados de um triângulo medem $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ e 5.

a) Qual é a medida da altura relativa ao maior lado?

b) Qual a área desse triângulo?

85. (Fuvest/87) Uma folha de papel de dimensões 6×8 é dobrada de modo que dois vértices diagonalmente opostos coincidam. Determine o comprimento do vinco (dobra).

86. (Fuvest/07) Uma folha de papel *ABCD* de formato retangular é dobrada em torno do segmento $\overline{EF}$, de maneira que o ponto *A* ocupe a posição *G*, como mostra a figura. Se *AE* = 3 e *BG* = 1, então a medida do segmento $\overline{AF}$ é igual a



a) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{7\sqrt{5}}{8}$ c) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ d) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ e) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

87. (Fuvest) Um triângulo retângulo tem catetos *AB* = 3 e *AC* = 4. No cateto $\overline{AB}$ toma-se um ponto eqüidistante *P* do ponto *A* e da reta $\overline{BC}$. Qual é a distância $\overline{AP}$?

88. (Fuvest/84) Num triângulo ABC tem-se $AB = 6$, $AC = BC = 5$ cm.
a) Ache a área do triângulo ABC.
b) Sendo M o ponto médio de AB, calcule a distância de M à reta BC.

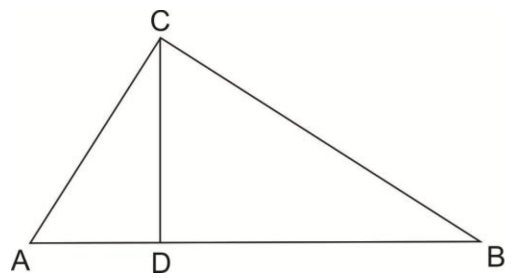
89. (Fuvest/80) Prove que em um triângulo retângulo a mediana relativa à hipotenusa é igual à metade da hipotenusa.

90. (Fuvest/80) A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20 cm e um dos ângulos mede 20º.
a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?
b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

91. (Fuvest/99) Num triângulo retângulo *ABC*, seja *D* um ponto da hipotenusa $\overline{AC}$ tal que os ângulos $D\hat{A}B$ e $A\hat{B}D$ tenham a mesma medida. Então o valor de $\frac{AD}{DC}$ é:

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 2 d) $\frac{1}{2}$ e) 1

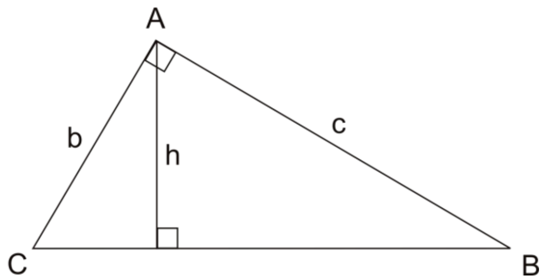
92. (Fuvest/86) Na figura, $AC \perp CB$ e $CD \perp AB$.



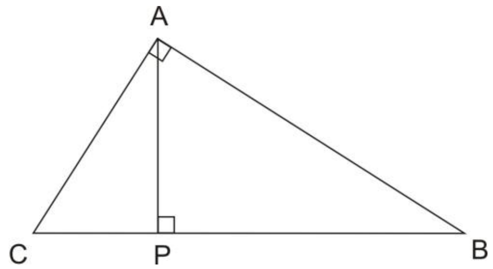
a) Prove que os triângulos ABC, ACD e CBD são semelhantes.
b) Usando essa semelhança, demonstre o Teorema de Pitágoras.

93. No triângulo retângulo abaixo, h é a altura relativa à hipotenusa $\overline{BC}$. Prove que

$$\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{h^2}$$



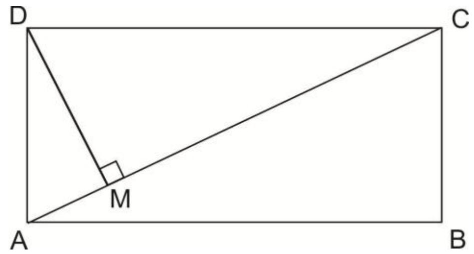
94. (UFRS) Na figura, *ABC* é um triângulo retângulo, $\overline{AP} \perp \overline{CB}$, $\overline{CP}$ mede 1,8 e $\overline{PB}$ mede 3,2. O perímetro de *ABC* é:



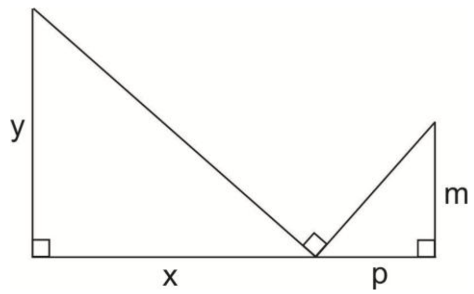
a) 6 b) 8 c) 9 d) 10 e) 12

95. (Fuvest/84) Num triângulo retângulo T os catetos medem 10 m e 20 m. A altura relativa à hipotenusa divide T em dois triângulos, cujas áreas, em m^2, são:
a) 10 e 90 b) 20 e 80 c) 25 e 75 d) 36 e 64 e) 50 e 50

96. (FAAP) No retângulo *ABCD* de lados *AB* = 4 cm e *BC* = 3 cm, o segmento $\overline{DM}$ é perpendicular à diagonal $\overline{AC}$. Calcule o comprimento do segmento $\overline{AM}$.



97. (Fuvest/87) Na figura, os ângulos assinalados são retos. Temos necessariamente:



a) $\frac{x}{y} = \frac{p}{m}$

b) $\frac{x}{y} = \frac{m}{p}$

c) $xy = pm$

d) $x^2 - y^2 = p^2 + m^2$

e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{m} + \frac{1}{p}$

98. Um certo quadrilátero tem diagonais perpendiculares. As medidas de três dos lados desse quadrilátero são 2, 3 e 4. Qual das alternativas a seguir traz uma medida possível para o outro lado?

a) $\sqrt{20}$ b) $\sqrt{21}$ c) $\sqrt{22}$ d) $\sqrt{23}$ e) nda

99. Considere duas retas *r* e *s*, paralelas. Um ponto A dista 2 unidades de r e 1 unidade de s. Os pontos $B \in r$ e $C \in s$ são tais que o triângulo *ABC* é equilátero. Determine a medida do lado do triângulo.

100. (Olimpíada Italiana) Um ponto *P* é interno ao quadrado *ABCD*. A distância de *P* aos vértices *A*, *B*, *C* valem, respectivamente, 2, 7 e 9. A distância *MD* é igual a

a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 10

101. (Olimpíada Brasileira) Seja ABC um triângulo acutângulo com $BC = 5$. Seja E o pé da altura relativa ao lado AC e F o ponto médio do lado AB. Se $BE = CF = 4$, calcule a área do triângulo ABC.

102. (Fuvest/84) Prove que não existe triângulo retângulo com lados em PG de razão $\sqrt{2}$.

GABARITO

01. E

02. B

03. D

04. D

05. A

06. E

07. A

08. D

09. D

10. B

11. A

12. D

13. 80º

14. A

15. $C\hat{D}E = 90^{\circ}$

16. Demonstração

17. Demonstração

18. B

19. E

20. B

21. A

22. 20º

23. D

24. D

25. D

26. E

27. B

28. C

29. C

30. 15,2

31. B

32. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

33. C

34. B

35. $MN = \frac{11}{30}$

36. D

37. B

38. A

39. D

40. D

41. B

42. A

43. B

44. B

45. D

46. A

47. D

48. a) $S(ACD) = 2\sqrt{3}$
b) $AB = 6\sqrt{3}$

49. A

50. B

51. B

52. E

53. C

54. a) "... embora muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estática sejam falsas ou equivocadas."
b) "Infelizmente, divulgaram-se amplamente essas afirmações sobre a razão áurea."
c) Demonstração

55. a) $S(AOB) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$
b) $OC = 60,\ CD = 40$

56. E

57. a) 4 b) 2

58. $\frac{S(ABC)}{S(BCDE)} = \frac{16}{65}$

59. D

60. $x = \frac{6}{17}$ m

61. D

62. D

63. $m = 2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$

64. $S(MDN) = 6\,\text{cm}^2$

65. D

66. 55º

67. AB = 2,4

68. A

69. 13/6 cm

70. $4\sqrt{5}$

71. $BG = 4$

72. D

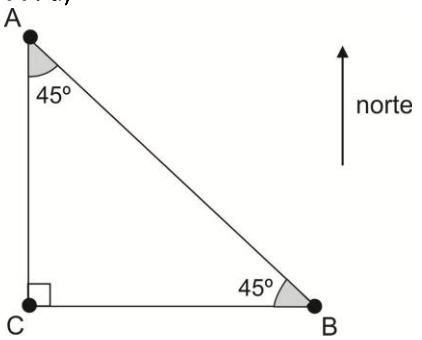
73. A

74. $\frac{AI}{DI} = 3$

75. E

76. C

77. a)



b) 59,5 km

c) Aprox. 34 km

d) R$ 107,80

78. E

79. B

80. 4 dm

81. a) $A\hat{B}C = 90^o$
b) $AC = 2\sqrt{6}$ cm

82. C

83. E

84. a) $h = 1$ b) $S = \frac{5}{2}$

85. d = 15/2

86. D

87. 4/3

88. a) $S(ABC) = 12\,\text{cm}^2$

b) $d = 2,4\,\text{cm}$

89. Demonstração

90. a) 10 cm

b) 25º

91. E

92. a) Demonstração

b) Demonstração

93. Demonstração

94. E

95. B

96. $AM = \frac{9}{5}$

97. B

98. B

99. $\ell = \frac{2\sqrt{21}}{3}$

100. C

101. $S(ABC) = 8\sqrt{3} - 6$

102. Demonstração