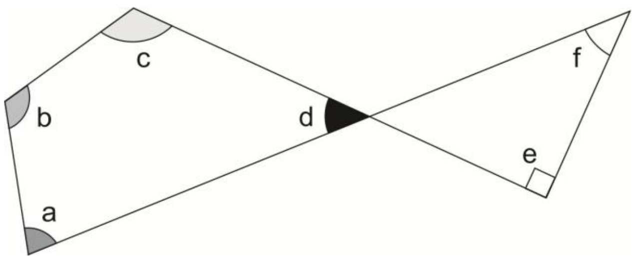
GEOMETRIA PLANA - FUVEST

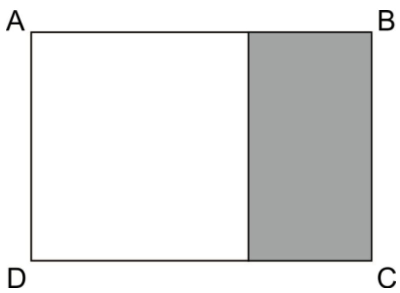
Quadriláteros

01. (Fuvest/78) Na figura abaixo os ângulos $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ e $\hat{d}$ medem respectivamente, $\frac{x}{2}$, $2x$, $\frac{3x}{2}$ e x. O ângulo $\hat{e}$ é reto. Qual a medida do ângulo $\hat{f}$?



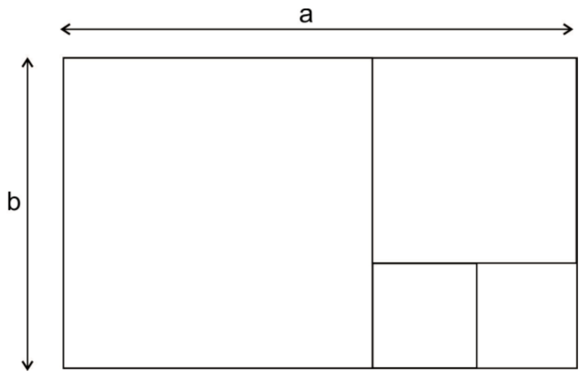
a)16º b) 18º c) 20º d) 22º e) 24º

02. O retângulo *ABCD* representa um terreno retangular cuja largura é 3/5 do comprimento. A parte hachurada representa um jardim retangular cuja largura é também 3/5 do comprimento. Qual a razão entre a área do jardim e a área total do terreno?



a) 30% b) 36 % c) 40% d) 45% e) 50%

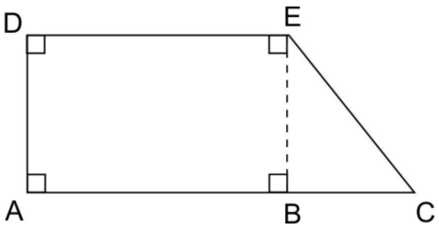
03. (Fuvest/92) O retângulo abaixo de dimensões *a* e *b* está decomposto em quadrados. Qual o valor da razão a/b?



a) 5/3 b) 2/3 c) 2 d) 3/2 e) 1/2

04. (Fuvest/00) Um trapézio retângulo tem bases 5 e 2 e altura 4. O perímetro desse trapézio é:
a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17

05. (Fuvest/99) Dois irmãos herdaram um terreno com a seguinte forma e medidas:

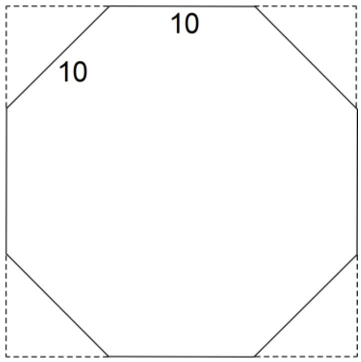


AD = 20 m; *AB* = 60 m; *BC* = 16 m

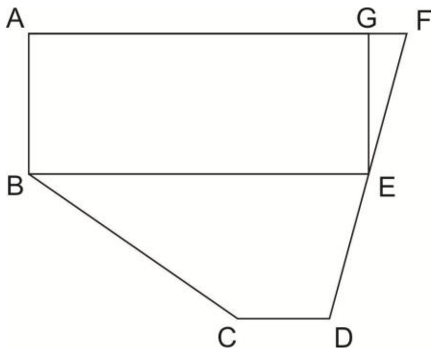
Para dividir o terreno em duas partes de mesma área, eles usaram uma reta perpendicular a $\overline{AB}$. Para que a divisão seja feita corretamente, a distância dessa reta ao ponto A, em metros, deverá ser:
a) 31 b) 32 c) 33 d) 34 e) 35

06. Em um trapézio retângulo, as bases medem 5 cm e 21 cm. Sendo sua diagonal menor igual a base média, podemos afirmar que seu perímetro, em cm , mede
a) 42 b) 46 c) 51 d) 58 e) 60

07. (Fuvest/90) Cortando-se os cantos de um quadrado como mostra a figura obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm
a) Qual a área total dos quatro triângulos cortados?
b) Calcule a área do octógono.



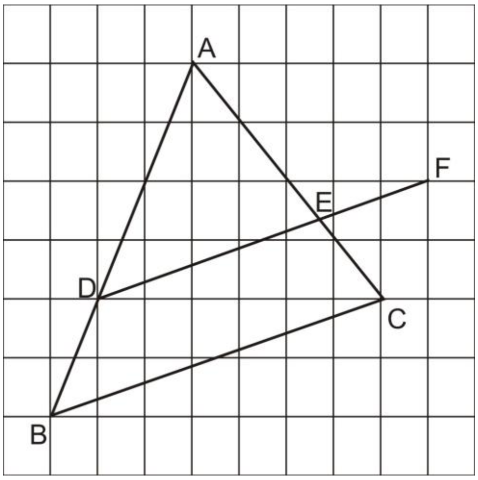
08. (Fuvest/13) O mapa de uma região utiliza a escala de 1: 200.000. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual $\overline{AF}$ e $\overline{DF}$ são segmentos de reta, o ponto *G* está no segmento $\overline{AF}$, o ponto *E* está no segmento $\overline{DF}$, $ABEG$ é um retângulo e $BCDE$ é um trapézio. Se $AF = 15$, $AG = 12$, $AB = 6$, $CD = 3$ e $DF = 5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é



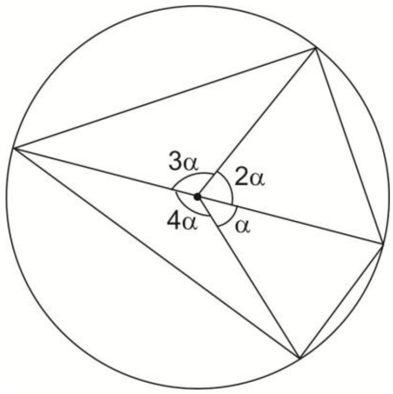
Obs: Figura ilustrativa, sem escala.

a) 100 km^2 b) 108 km^2 c) 210 km^2 d) 240 km^2 e) 444 km^2

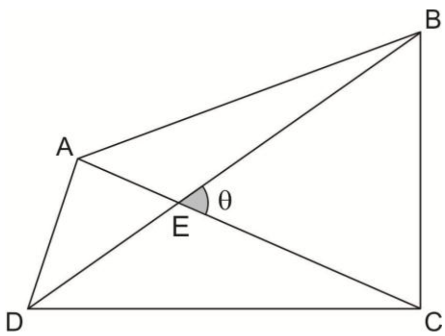
09. (Fuvest/92) Na figura, o lado de cada quadrado da malha quadriculada mede 1 unidade de comprimento. Calcule a razão $\dfrac{DE}{BC}$



10. (Fuvest/93) a) Calcule a área do quadrilátero inscrito numa circunferência de raio unitário, como indicado na figura.
b) Expresse essa área em função de $m = \cos 18^{\circ}$

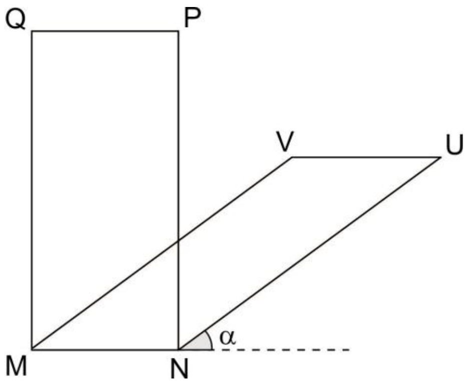


11. (Fuvest/00) Na figura seguinte, *E* é o ponto de intersecção das diagonais do quadrilátero *ABCD* e θ é o ângulo agudo $B\hat{E}C$. Se *EA* = 1, *EB* = 4, *EC* = 3 e *ED* = 2, então a área do quadrilátero *ABCD* será:



a) 12 sen θ b) 8 sen θ c) 6 sen θ d) 10 cos θ e) 8 cos θ

12. (UFF/00) Na figura, *MNPQ* é um retângulo, *MNUV* é um paralelogramo, as medidas de MQ e MV são iguais e $0^o < \alpha < 45^o$.



Indicando–se por *S* a área de *MNPQ* e por *S'* a área de *MNUV*, conclui–se que:

a) $S = S' \cdot \text{sen}\,\alpha$

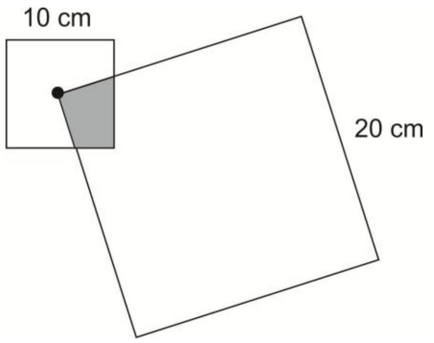
b) $S' = S$

c) $S' = S \cdot \cos\alpha$

d) $S = S' \cdot \cos\alpha$

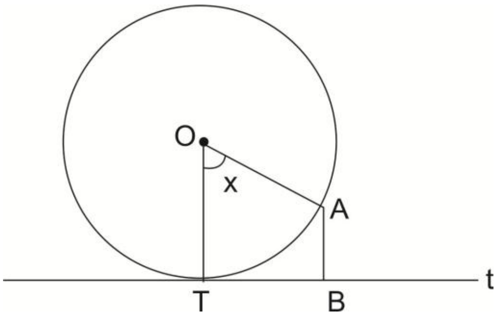
e) $S' = S \cdot \text{sen}\,\alpha$

13. Os quadrados da figura têm lados medindo 10 cm e 20 cm, respectivamente. Se C é o centro do quadrado de menor lado, o valor da área hachurada, em cm^2, é:

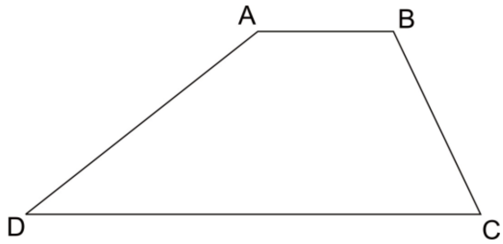


a) 25 b) 27 c) 30 d) 35 e) 40

14. (Fuvest/92) Considere uma circunferência de centro *O* e raio 2 cm tangente à reta *t* no ponto *T*. Seja *x* a medida do ângulo $A\hat{O}T$, onde *A* é um ponto da circunferência e $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Calcule, em função de x, a área do trapézio *OABT* sendo *B* o ponto da reta *t* tal que $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{OT}$.



15. (OBM) No trapézio abaixo, têm-se: $\overline{AB}$ paralelo a $\overline{CD}$, *AD* = 10 cm e *CD* = 15 cm. O ângulo $\hat{C}$ mede 75º e o ângulo $\hat{D}$, 30°. Quanto mede o lado $\overline{AB}$, em centímetros?

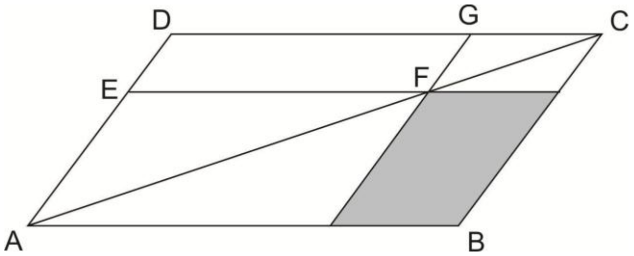


a) 5   b) 7,5   c) 10   d) 12,5   e) $5\sqrt{3}$

16. (Fuvest-GV) Queremos desenhar no interior de um retângulo ABCD, um losango AICJ com vértice I sobre o lado AB do retângulo e vértice J sobre o lado CD. Se as dimensões dos lados do retângulo são AB = 25 cm e BC = 15 cm, então a medida do lado do losango é:

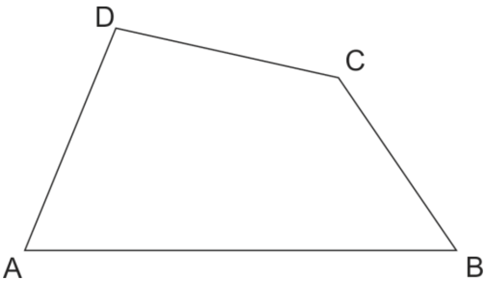
a) 13 cm   b) 15 cm   c) 17 cm   d) 18 cm   e) $15\sqrt{2}cm$

17. (UFRGS) O ponto F está na diagonal AC do paralelogramo ABCD abaixo. Se a área do paralelogramo DEFG mede 1, a área da região hachurada mede



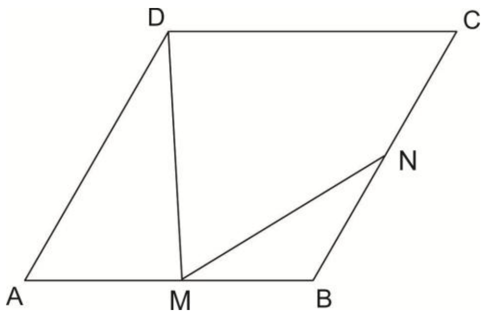
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 1   e) $\sqrt{2}$

18. (Fuvest/98) No quadrilátero *ABCD*, temos *AD* = *BC* = 2 e o prolongamento desses lados forma um ângulo de 60º.



a) Indicando por $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ e $\hat{D}$, respectivamente, as medidas dos ângulos internos do quadrilátero de vértices *A, B, C* e *D*, calcule $\hat{A}+\hat{B}$ e $\hat{C}+\hat{D}$.
b) Sejam *J* o ponto médio de $\overline{DC}$, *M* o ponto médio de $\overline{AC}$ e *N* o ponto médio de $\overline{BD}$. Calcule *JM* e *JN*.
c) Calcule a medida do ângulo $M\hat{J}N$.

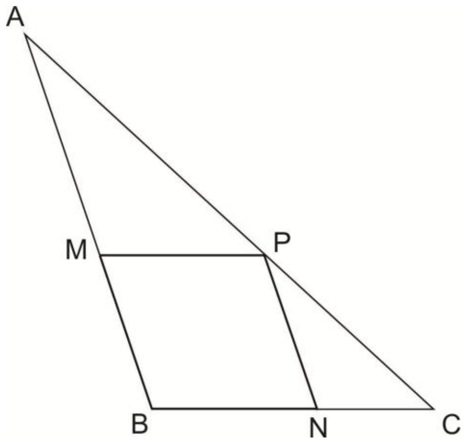
19. (Fuvest/11) No losango $ABCD$ de lado 1, representado na figura, tem-se que *M* é o ponto médio de $\overline{AB}$, *N* é o ponto médio de $\overline{BC}$ e $MN = \sqrt{14}/4$. Então, DM é igual



a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

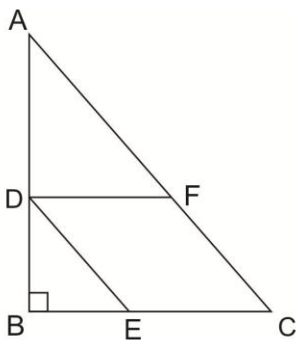
20. (UECE/09) Em um losango cujas diagonais medem 6 m e 8 m, a distância, em metros, entre dois lados paralelos é
a) 4,2 b) 4,4 c) 4,6 d) 4,8

21. No triângulo *ABC*, *AB* = 20 cm, *BC* = 5 cm e o ângulo $A\hat{B}C$ é obtuso. O quadrilátero *MBNP* é um losango, de área 8 cm². A medida, em graus, do ângulo $B\hat{N}P$ é:



a) 15 b) 30 c) 45 d) 60 e) 75

22. (Fuvest/10) Na figura, o triângulo *ABC* é retângulo com catetos $BC = 3$ e $AB = 4$. Além disso, o ponto *D* pertence ao cateto $\overline{AB}$, o ponto *E* pertence ao cateto $\overline{BC}$ e o ponto F pertence à hipotenusa $\overline{AC}$, de tal forma que *DECF* seja um paralelogramo. Se $DE = 3/2$, então a área do paralelogramo *DECF* vale



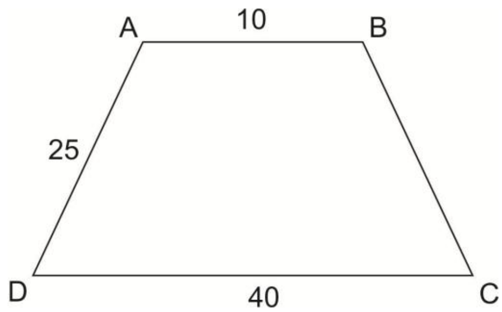
a) $\frac{63}{25}$ b) $\frac{12}{5}$ c) $\frac{58}{25}$ d) $\frac{56}{25}$ e) $\frac{11}{5}$

23. (China) ABCD é um trapézio com AB paralelo a CD e $AB < CD$. AC e BD se intersectam em E, e o segmento EF é paralelo AB, intersectando BC em F. Dado que $AB = 20$, $CD = 80$ e $BC = 100$, então EF é
a) 10 b) 12 c) 16 d) 18 e) nda

24. As bases de um trapézio medem 10 e 20. Traça-se um segmento paralelo às bases que divide os lados não paralelos em partes proporcionais a 2 e 3. Calcule o comprimento do segmento traçado.

25. Um trapézio retângulo de bases a e b possui diagonais perpendiculares. Calcule a altura do trapézio em função de a e b.

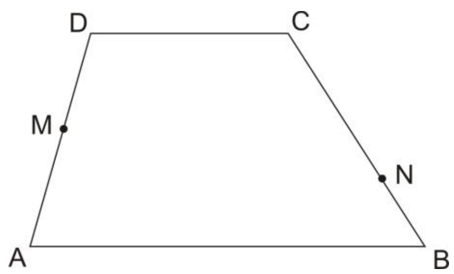
26. (PUC-SP/05) A figura abaixo representa um terreno com a forma de um trapézio isósceles, cujas dimensões indicadas são dadas em metros.



Pretende-se construir uma cerca paralela ao lado AB, de modo a dividir o terreno em duas superfícies de áreas iguais. O comprimento dessa cerca, em metros, deverá ser aproximadamente igual a

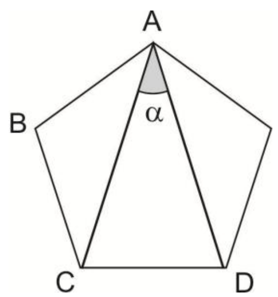
a) 26 b) 29 c) 33 d) 35 e) 37

27. (Fuvest/03) No trapézio *ABCD*, *M* é o ponto médio do lado $\overline{AD}$, *N* está sobre o lado $\overline{BC}$ e 2*BN* = *NC*. Sabe-se que as áreas do quadriláteros *ABMN* e *CDMN* são iguais e que *DC* = 10. Calcule *AB*.



Polígonos

28. (Fuvest/00) Na figura abaixo, *ABCDE* é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é:



a) 32° b) 34° c) 36° d) 38° e) 40°

29. (Fuvest/97) *A*, *B*, *C* e *D* são vértices consecutivos de um hexágono regular. A medida, em graus, de um do ângulos formados pelas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ é

a) 90 b) 100 c) 110 d) 120 e) 150

30. (Fuvest) Os pontos A, B e C são vértices consecutivos de um hexágono regular de área igual a 6. Qual a área do triângulo ABC?

a) 1 b) 2 c) 3 d) $\sqrt{2}$ e) $\sqrt{3}$

31. (Fuvest/12) O segmento $\overline{AB}$ é lado de um hexágono regular de área $\sqrt{3}$. O ponto *P* pertence à mediatriz de $\overline{AB}$ de tal modo que a área do triângulo *PAB* vale $\sqrt{2}$. Então, a distância de *P* ao segmento $\overline{AB}$ é igual a

a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{3}$

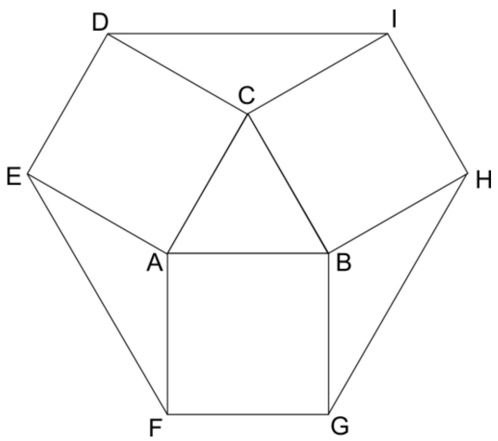
32. (Fuvest/98) Dois ângulos internos de um polígono convexo medem 130º cada um e os demais ângulos internos medem 128º cada um. O número de lados do polígono é

a) 6 b) 7 c) 13 d) 16 e) 17

33. (UECE/10) Sejam P e Q polígonos regulares. Se P é um hexágono e se o número de diagonais do Q, partindo de um vértice, é igual ao número total de diagonais de P então a medida de cada um dos ângulos internos de Q é

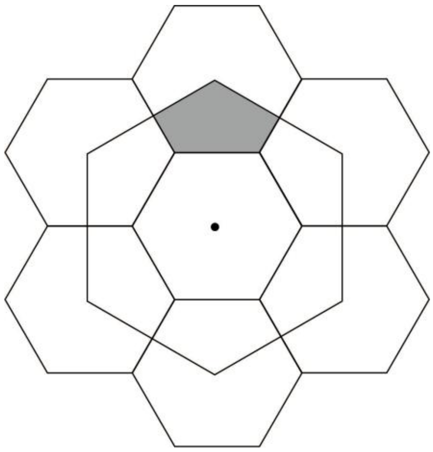
a) 144º b) 150º c) 156º d) 162º

34. (Fuvest/11) Na figura o triângulo *ABC* é equilátero de lado 1, e *ACDE*, *AFGB* e *BHIC* são quadrados. A área do polígono *DEFGHI* vale



a) $1+\sqrt{3}$ b) $2+\sqrt{3}$ c) $3+\sqrt{3}$ d) $3+2\sqrt{3}$ e) $3+3\sqrt{3}$

35. (Fuvest/09) A figura representa sete hexágonos regulares de lado 1 e um hexágono maior, cujos vértices coincidem com os centros de seis dos hexágonos menores. Então, a área do pentágono hachurado é igual a



a) $3\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

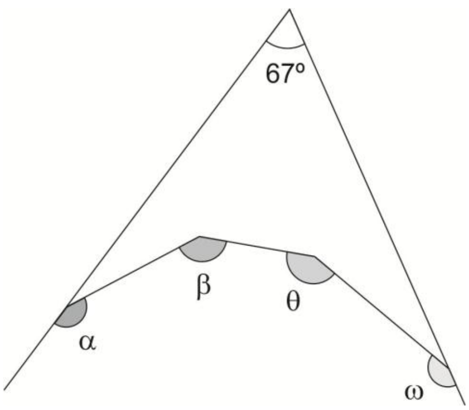
36. (ITA) Considere três polígonos regulares tais que os números que expressam a quantidade de lados de cada um constituam uma progressão aritmética. Sabe-se que o produto destes três números é igual a 585 e que a soma de todos os ângulos internos dos três polígonos é igual a 3.780°. O número total das diagonais nestes três polígonos é igual a:

a) 63 b) 69 c) 90 d) 97 e) 106

37. (Fuvest/12) Em um plano, é dado um polígono convexo de seis lados, cujas medidas dos ângulos internos, dispostas em ordem crescente, formam uma progressão aritmética. A medida do maior ângulo é igual a 11 vezes a medida do menor. A soma das medidas dos quatro menores ângulos internos desse polígono, em graus, é igual a

a) 315 b) 320 c) 325 d) 330 e) 335

38. Na figura, determine o valor de $\alpha+\beta+\theta+\omega$



a) 360º b) 463º c) 607º d) 630º e) 720º

Circunferências

39. (Fuvest/84) Um arco de circunferência mede 300º, e seu comprimento é 2 km. Qual o número inteiro mais próximo da medida do raio em metros?

a) 157 b) 284 c) 382 d) 628 e) 764

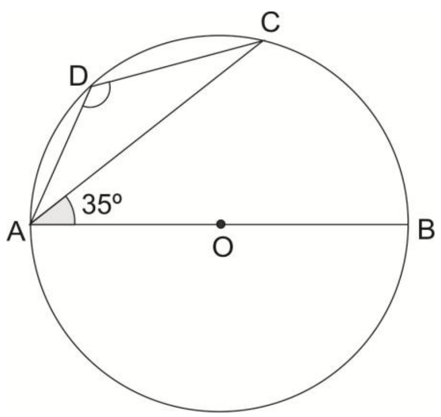
40. (Fuvest/99) O perímetro de um setor circular de lado *R* e ângulo central medindo α radianos é igual ao perímetro de um quadrado de lado *R*. Então α é igual a:

a) $\frac{\pi}{3}$ b) 2 c) 1 d) $\frac{2\pi}{3}$ e) $\frac{\pi}{2}$

41. (Fuvest/95) Considere um arco AB de 110º numa circunferência de raio 10 cm. Considere, a seguir, um arco $A'B'$ de 60º numa circunferência de raio 5 cm. Dividindo-se o comprimento do arco AB pelo do arco $A'B'$ (ambos medidos em cm), obtém-se:

a) $\frac{11}{6}$ b) 2 c) $\frac{11}{3}$ d) $\frac{22}{3}$ e) 11

42. (Fuvest) A medida do ângulo ADC inscrito na circunferência de centro O é:



a) 125º b) 110º c) 120º d) 100º e) 135º

43. (Fuvest/87) Um comício político lotou uma praça semi-circular de 130 m de raio. Admitindo uma ocupação média de 4 pessoas por m^2, qual é a melhor estimativa do número de pessoas presentes?

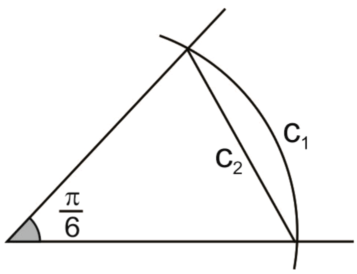
a) dez mil
b) cem mil
c) meio milhão
d) um milhão
e) muito mais do que um milhão

44. (Fuvest/88) Deseja-se construir um anel rodoviário circular em torno da cidade de São Paulo, distando aproximadamente 20 km da Praça da Sé.
a) Quantos quilômetros deverá ter essa rodovia?
b) Qual a densidade demográfica da região interior ao anel (em habitantes por km^2), supondo que lá residam 12 milhões de pessoas?
Adote o valor $\pi = 3$.

45. (Fuvest/12) Uma das primeiras estimativas do raio da Terra é atribuída a Eratóstenes, estudioso grego que viveu, aproximadamente, entre 275 a.C. e 195 a.C. Sabendo que em Assuã, cidade localizada no sul do Egito, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical não apresentava sombra, Eratóstenes decidiu investigar o que ocorreria, nas mesmas condições, em Alexandria, cidade no norte do Egito. O estudioso observou que, em Alexandria, ao meio dia do solstício de verão, um bastão vertical apresentava sombra e determinou o ângulo θ entre as direções do bastão e de incidência dos raios de sol. O valor do raio da Terra, obtido a partir de θ e da distância entre Alexandria e Assuã foi de, aproximadamente, 7500 km. O mês em que foram realizadas as observações e o valor aproximado de θ são
a) junho; 7º.
b) dezembro; 7º.
c) junho; 23º.
d) dezembro; 23º.
e) junho; 0,3º.

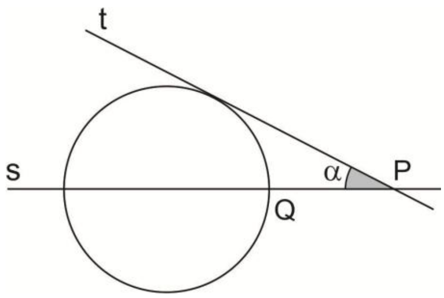
Note e adote:
Distância estimada por Eratóstenes entre Assuã e Alexandria $\approx$ 900 km.
$\pi = 3$

46. (Fuvest/01) Numa circunferência, c_1 é o comprimento do arco de π/6 radianos e c_2 é o comprimento da secante determinada por este arco, como ilustrado na figura abaixo. Então, a razão c_1/c_2 é igual a π/6 multiplicado por:



a) 2 b) $\sqrt{(1+2\sqrt{3})}$ c) $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$ d) $\sqrt{(2+2\sqrt{3})}$ e) $\sqrt{(3+\sqrt{3})}$

47. (Fuvest/06) Na figura a seguir, a reta *s* passa pelo ponto *P* e pelo centro da circunferência de raio *R*, interceptando-a no ponto *Q*, entre *P* e o centro. Além disso, a reta *t* passa por *P*, é tangente à circunferência e forma um ângulo α com a reta s. Se $PQ = 2R$, então $\cos\alpha$ vale:

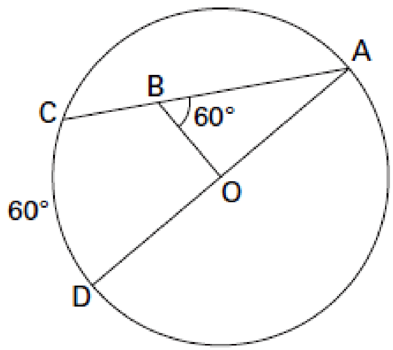


a) $\sqrt{2}/6$ b) $\sqrt{2}/3$ c) $\sqrt{2}/2$ d) $2\sqrt{2}/3$ e) $3\sqrt{2}/5$

48. (Fuvest/85) Os pontos A, B e C pertencem a uma circunferência de centro O. Sabe-se que OA é perpendicular a OB e forma com BC um ângulo de 70º. Então, a tangente à circunferência no ponto C forma com a reta OA um ângulo de:

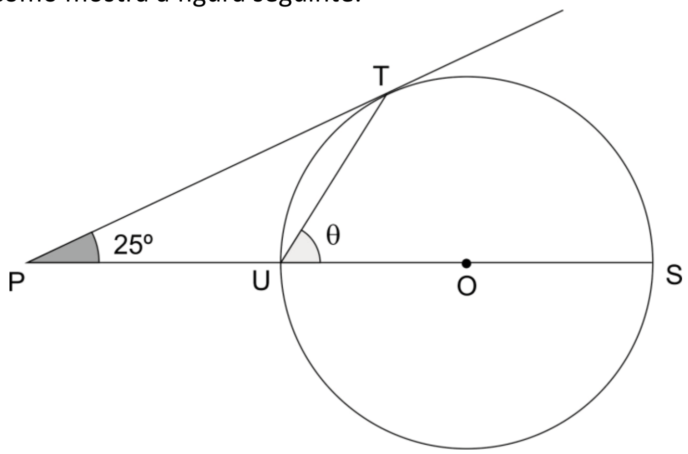
a) 10º b) 20º c) 30º d) 40º e) 50º

49. (FGV/09) Em um círculo de centro *O*, *AD* é um diâmetro, *B* pertence a *AC*, que é uma corda do círculo, *BO* = 5 e $A\hat{B}O = CD = 60°$. Nas condições dadas, BC é igual a



a) $\dfrac{10-\sqrt{3}}{5}$ b) 3 c) $3+\sqrt{3}$ d) 5 e) $\dfrac{12-\sqrt{3}}{2}$

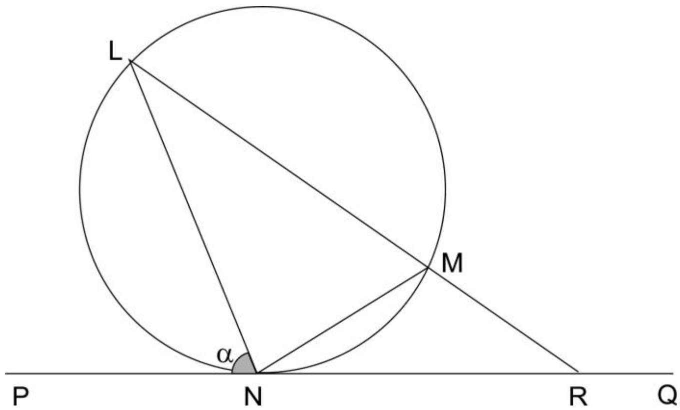
50. (Unifor) Seja uma circunferência λ de centro O. Por um ponto P traçam-se uma tangente PT e uma secante PS, que contém o ponto O, como mostra a figura seguinte.



Se $U \in \overline{PS}$, a medida θ, do ângulo assinalado, é:

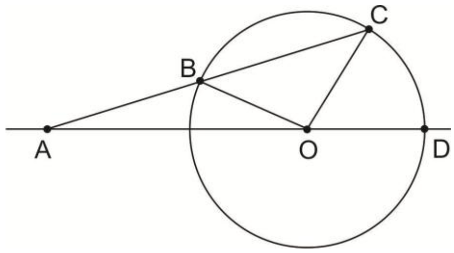
a) 85º b) 75º30' c) 65º d) 57º30' e) 45º

51. (OBM/05 - corrigido) Na figura, a reta *PQ* toca em *N* o círculo que passa por *L*, *M* e *N*. A reta *LM* corta a reta *PQ* em *R*. Se *LM* = *LN* e a medida do ângulo $P\hat{N}L$ é α, $\alpha > 60^o$, quanto mede o ângulo $L\hat{R}P$?



a) $3\alpha - 180^o$ b) $180^o - 2\alpha$ c) $180^o - \alpha$ d) $90^o - \alpha/2$ e) α

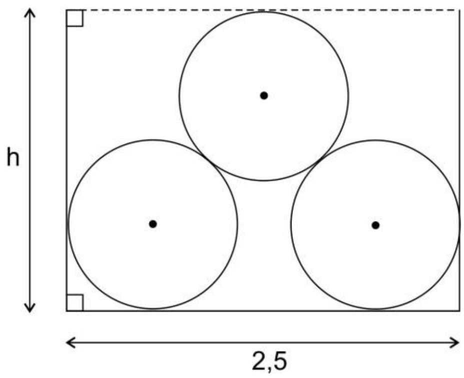
52. (Fuvest/09) Na figura, *B*, *C* e *D* são pontos distintos da circunferência de centro *O*, e o ponto *A* é exterior a ela. Além disso,
(1) *A*, *B*, *C* e *A*, *O*, *D* são colineares;
(2) $AB = OB$;
(3) $C\hat{O}D$ mede α radianos.



Nessas condições, a medida de $A\hat{B}O$, em radianos, é igual a

a) $\pi - \frac{\alpha}{4}$ b) $\pi - \frac{\alpha}{2}$ c) $\pi - \frac{2\alpha}{3}$ d) $\pi - \frac{3\alpha}{4}$ e) $\pi - \frac{3\alpha}{2}$

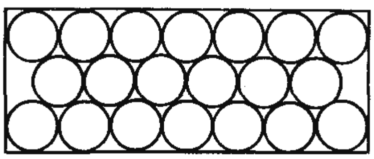
53. (Fuvest/01) Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura 2,5 m, conforme a figura a seguir.



Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede 0,5 m. Logo, a altura *h*, em metros, é:

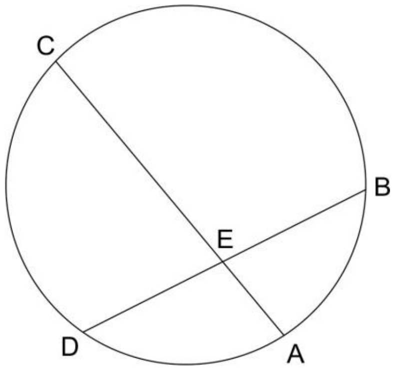
a) $(1+\sqrt{7})/2$ b) $(1+\sqrt{7})/3$ c) $(1+\sqrt{7})/4$ d) $1+(\sqrt{7}/3)$ e) $1+(\sqrt{7}/4)$

54. (Fuvest/77) A secção transversal de um maço de cigarros é um retângulo que acomoda exatamente os cigarros como na figura. Se o raio dos cigarros é r, as dimensões do retângulo são:



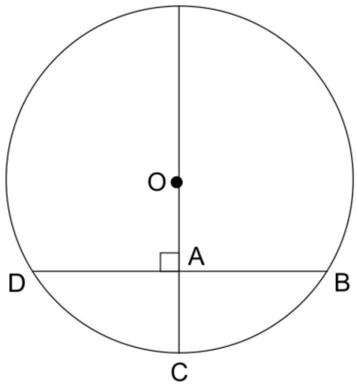
a) $14r$ e $2r(1+\sqrt{3})$
b) $7r$ e $3r$
c) $14r$ e $6r$
d) $14r$ e $3r$
e) $(2+3\sqrt{3})r$ e $2r\sqrt{3}$

55. (UEFS) Na figura, são dados $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$, $BE = 8$ cm e $ED = 6$ cm. O comprimento de $\overline{AC}$, em cm, é:



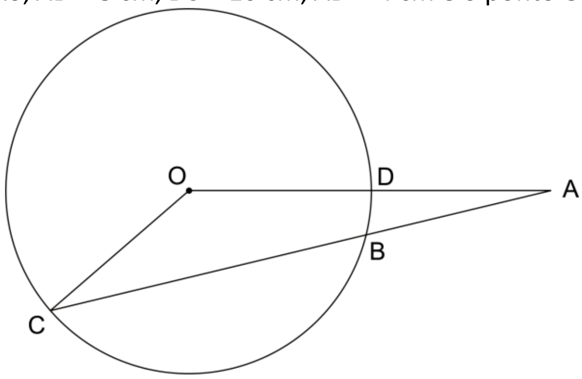
a) 10   b) 12   c) 16   d) 18   e) 20

56. (MACK) Na figura, O é o centro da circunferência, $AB = a$; $AC = b$ e $OA = x$. O valor de *x*, em função de *a* e *b*, é:



a) $\frac{a+b}{2}$
b) $a - b$
c) $2\sqrt{a^2 - b^2}$
d) $\frac{a^2}{2b} - \frac{b}{2}$
e) impossível de ser calculado por falta de dados.

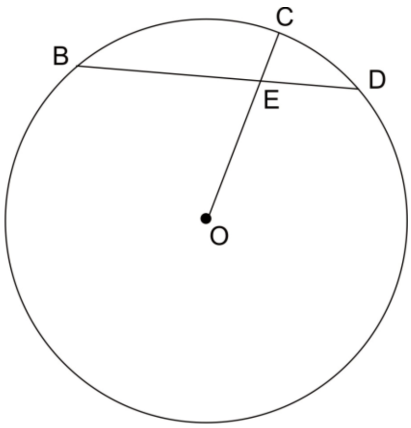
57. (Unificado-RJ) Na figura abaixo, *AB* = 8 cm, *BC* = 10 cm, *AD* = 4 cm e o ponto *O* é o centro da circunferência.



O perímetro do triângulo *AOC* mede, em cm

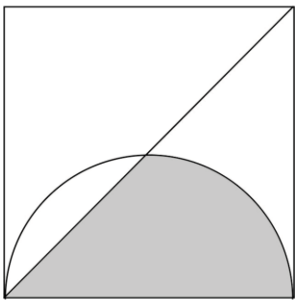
a) 36 b) 45 c) 48 d) 50 e) 54

58. (Olimpíada Canadense) *DEB* é uma corda de uma circunferência de tal modo que *DE* = 3 e *EB* = 5. Seja O o centro da circunferência. Prolonga-se o segmento OE até interceptar a circunferência no ponto C conforme o diagrama abaixo.



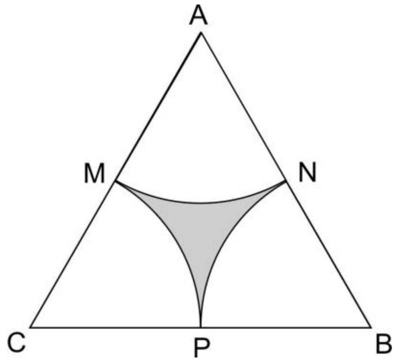
Dado que $EC = 1$, determine o raio da circunferência.

59. (Fuvest/00) Na figura seguinte, estão representados um quadro de lado 4, uma de suas diagonais e uma semicircunferência de raio 2. Então a área da região hachurada é;



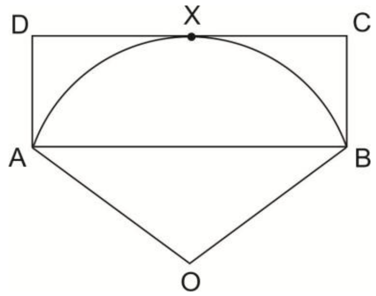
a) $\frac{\pi}{2} + 2$ b) $\pi + 2$ c) $\pi + 3$ d) $\pi + 4$ e) $2\pi + 1$

60. (Fuvest) Na figura abaixo ABC é um triângulo equilátero de lado igual a 2. MN , NP e PM são arcos de circunferências com centros nos vértices A, B e C, respectivamente, e de raio todos iguais a 1. A área da região sombreada é:



a) $\sqrt{3}-\frac{3\pi}{4}$ b) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$ c) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$ d) $4\sqrt{3}-2\pi$ e) $8\sqrt{3}-3\pi$

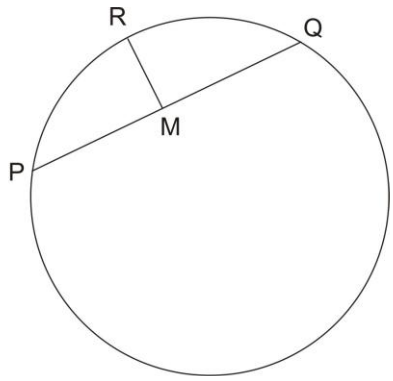
61.(Fuvest/07) Na figura, *OAB* é um setor circular com centro em *O*, *ABCD* é um retângulo e o segmento $\overline{CD}$ é tangente em *X* ao arco de extremos *A* e *B* do setor circular. Se $AB=2\sqrt{3}$ e $AD=1$, então a área do setor *OAB* é igual a



a) $\pi/3$ b) $2\pi/3$ c) $4\pi/3$ d) $5\pi/3$ e) $7\pi/3$

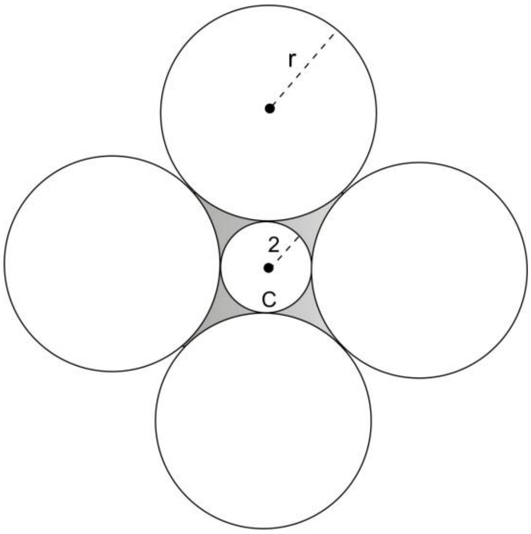
62. (Fuvest/98) Considere um ângulo reto de vértice *V* e a bissetriz desse ângulo. Uma circunferência de raio 1 tem o seu centro *C* nessa bissetriz e $VC=x$.
a) Para que valores de x a circunferência intercepta os lados do ângulo em exatamente 4 pontos?
b) Para que valores de x a circunferência intercepta os lados do ângulo em exatamente 2 pontos

63. (Fuvest/03) Na figura ao lado, *M* é o ponto médio da corda $\overline{PQ}$ da circunferência e *PQ* = 8. O segmento $\overline{RM}$ é perpendicular a $\overline{PQ}$ e $RM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.



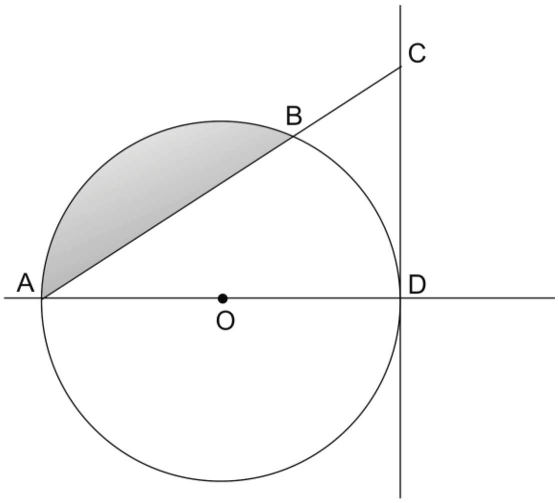
Calcule:
a) O raio da circunferência.
b) A medida do ângulo $P\hat{O}Q$, onde *O* é o centro da circunferência

64. (Fuvest/04) Na figura abaixo, cada uma das quatro circunferência externas tem mesmo lado *r* e cada uma delas é tangente a outras duas e à circunferência interna *C*.



Se o raio de *C* é igual a 2, determinar
a) o valor de *r*.
b) a área da região hachurada.

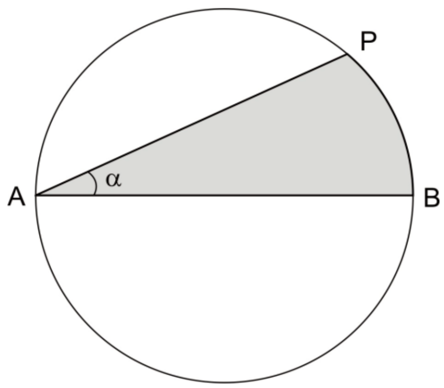
65. (Fuvest/12) Na figura, a circunferência de centro O é tangente à reta CD no ponto D, o qual pertence à reta $\overleftrightarrow{AO}$. Além disso, A e B são pontos da circunferência, $AB = 6\sqrt{3}$ e $BC = 2\sqrt{3}$. Nessas condições, determine



a) a medida do segmento $\overline{CD}$;
b) o raio da circunferência;
c) a área do triângulo AOB;
d) a área da região hachurada na figura.

66. (Fuvest/11) As circunferências C_1 e C_2 estão centradas em O_1 e O_2, têm raios $r_1 = 3$ e $r_2 = 12$, respectivamente, e tangenciam-se externamente. Uma reta t é tangente a C_1 no ponto P_1, tangente a C_2 no ponto P_2 e intercepta a reta $\overleftrightarrow{O_1O_2}$ no ponto Q. Sendo assim, determine
a) o comprimento P_1P_2;
b) a área do quadrilátero $O_1O_2P_2P_1$;
c) a área do triângulo QO_2P_2.

67. (Fuvest/84) *A*, *B* e *P* são pontos de uma circunferência de centro *O* e raio *r* (ver figura). Determine a área da região hachurada, em função de *r* e da medida α, em radianos, do ângulo $P\hat{A}B$.

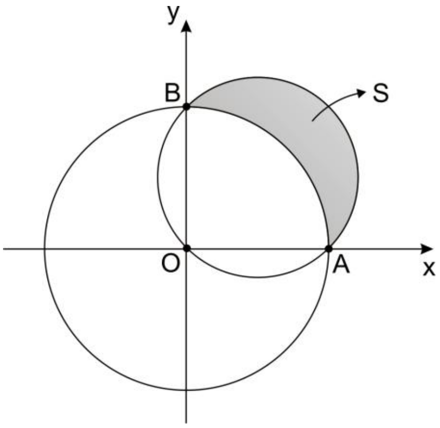


68. (Fuvest/85) O interior de uma circunferência de raio 2 é dividido em duas regiões por meio de uma corda AB que dista 1 do seu centro.

a) Qual a distância $\overline{AB}$?

b) Qual a área da região que contém o centro da circunferência?

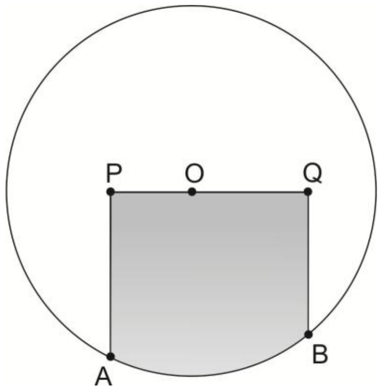
69. (UFRGS) Na figura abaixo, $A = (a,0)$ e $B = (0,a)$. Se *S* é a área da figura sombreada, então



a) $S = \frac{4}{3}a^2$ b) $S = \frac{a^2}{2}$ c) $S = \frac{4\pi a^2}{3}$ d) $S = \frac{\pi a^2}{2}$ e) $S = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$

70. (Fuvest/09) Na figura, estão representadas a circunferência C, de centro *O* e raio 2, e os pontos *A*, *B*, *P* e *Q*, de tal modo que:

1. O ponto *O* pertence ao segmento $\overline{PQ}$.
2. $OP = 1$, $OQ = \sqrt{2}$.
3. *A* e *B* são pontos da circunferência, $\overline{AP} \perp \overline{PQ}$ e $\overline{BQ} \perp \overline{PQ}$.



Assim sendo, determine:

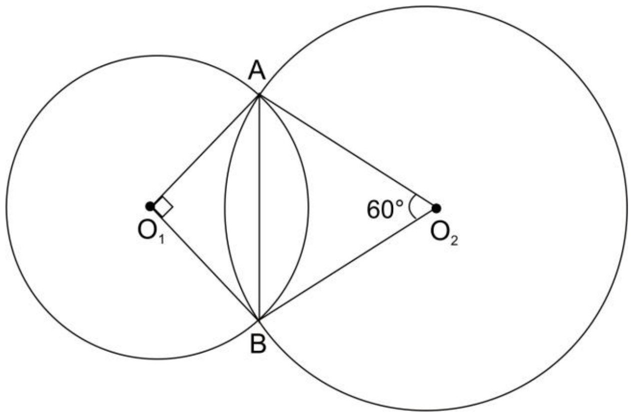
a) A área do triângulo APO .

b) Os comprimentos dos arcos determinados por *A* e *B* em C .

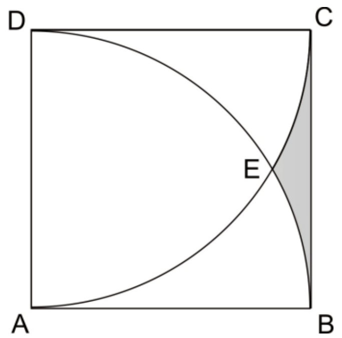
c) A área da região hachurada.

71. (Fuvest/83) Num plano são dados dois círculos cujas circunferências têm raio igual a 1. A distância entre os centros é também igual a 1. Calcule a área da intersecção dos dois círculos.

72. (Fuvest/93) A corda comum de dois círculos que se interceptam é vista de seus centros sob ângulos de 90º°e 60º, respectivamente. Sabendo-se que a distância entre seus centros é igual a $\sqrt{3}+1$, determine os raios dos círculos.



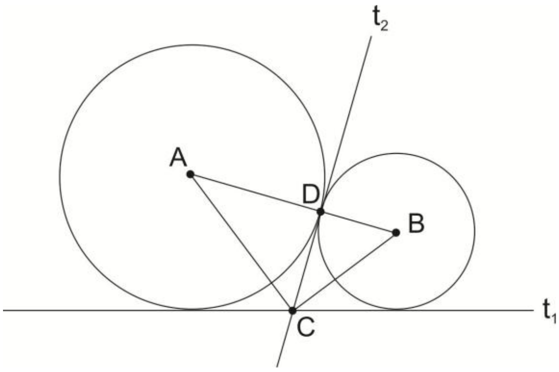
73. (Fuvest/05) Na figura, *ABCD* é um quadrado de lado 1, *DEB* e *CEA* são arcos de circunferências de raio 1. Logo, a área da região hachurada é



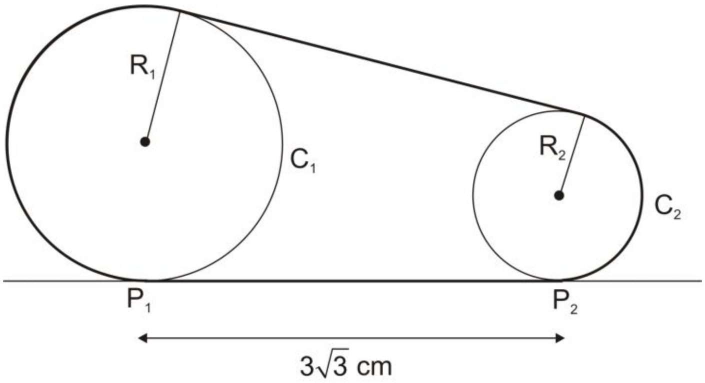
a) $1-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $1-\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $1-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $1+\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $1-\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$

74. (Fuvest) Os segmentos *AB* e *CD* se interceptam num ponto P e são cordas perpendiculares de um mesmo círculo. Se $AP=CP=2$ e $PB=6$, determine o raio do círculo.

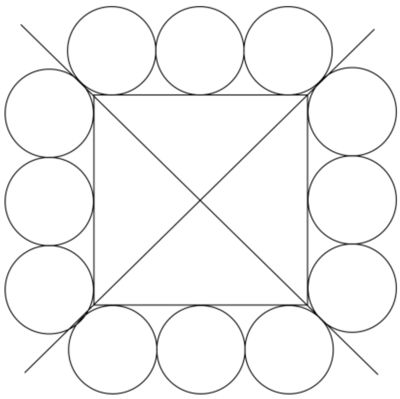
75. (Fuvest/05) A figura representa duas circunferências de raio *R* e *r* com centros nos pontos *A* e *B*, respectivamente, tangenciando-se externamente no ponto *D*. Suponha que:
a) As retas t_1 e t_2 são tangentes a ambas as circunferências e interceptam-se no ponto *C*.
b) A reta t_2 é tangente às circunferências no ponto *D*.
Calcule a área do triângulo *ABC*, em função dos raios *R* e *r*.



76. (Fuvest/04) A figura abaixo representa duas polias circulares C_1 e C_2 de raios R_1 = 4 cm e R_2 = 1 cm, apoiadas em uma superfície plana em P_1 e P_2, respectivamente. Uma correia envolve as polias, sem folga. Sabendo-se que a distância entre os pontos P_1 e P_2 é $3\sqrt{3}$ cm, determinar o comprimento da correia.



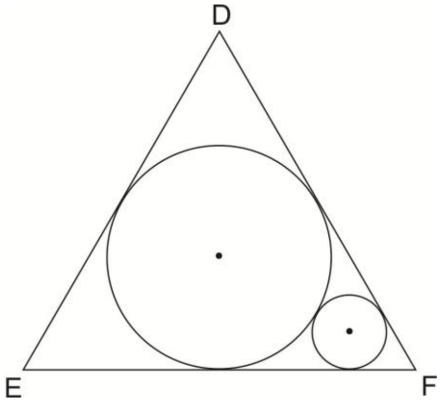
77. (Fuvest/05)



Na figura acima, as 12 circunferências têm todas o mesmo raio *r*, cada uma é tangente a duas outras e ao quadrado. Sabendo-se que cada uma das retas suporte das diagonais do quadrado tangencia quatro das circunferências (ver figura), e que o quadrado tem lado $2\sqrt{7}$, determine *r*.

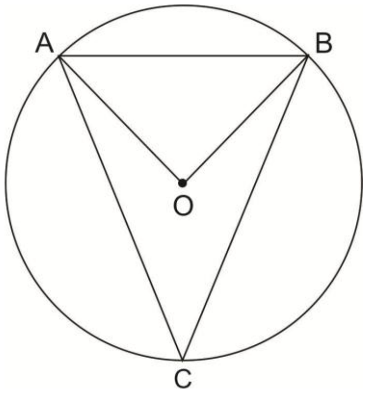
Polígonos e Circunferências

78. (Fuvest/08) O círculo C, de raio R, está inscrito no triângulo eqüilátero DEF. Um círculo de raio r está no interior do triângulo DEF e é tangente externamente a C e a dois lados do triângulo, conforme a figura.



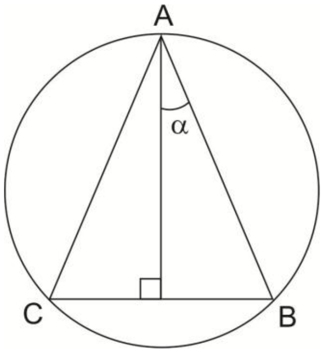
Assim, determine
a) a razão entre R e r.
b) a área do triângulo DEF em função de r.

79. (Fuvest/10) Na figura, os pontos A, B, C pertencem à circunferência de centro O e $BC = a$. A reta $\overleftrightarrow{OC}$ é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ e o ângulo $A\hat{O}B$ mede $\pi/3$ radianos. Então, a área do triângulo ABC vale



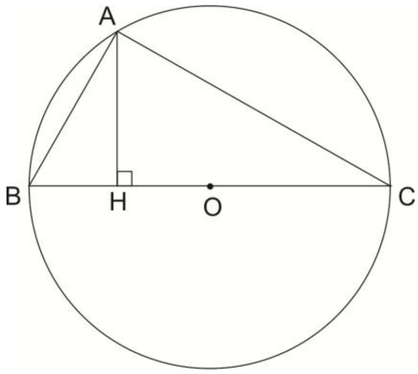
a) $\frac{a^2}{8}$ b) $\frac{a^2}{4}$ c) $\frac{a^2}{2}$ d) $\frac{3a^2}{4}$ e) a^2

80. (Fuvest/06) Na figura abaixo, o triângulo *ABC* inscrito na circunferência tem *AB* = *AC* . O ângulo entre o lado AB e a altura do triângulo *ABC* em relação a BC é α . Nestas condições, o quociente entre a área do triângulo *ABC* e a área do círculo da figura é dado, em função de α , pela expressão:

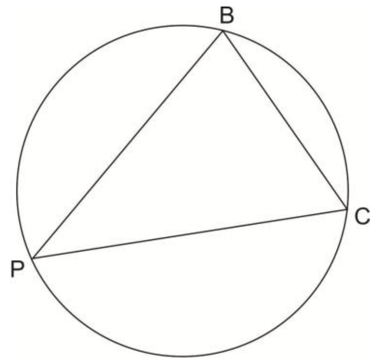


a) $\frac{2}{\pi}\cos^2\alpha$
b) $\frac{2}{\pi}\text{sen}^2 2\alpha$
c) $\frac{2}{\pi}\text{sen}^2 2\alpha \cdot \cos\alpha$
d) $\frac{2}{\pi}\text{sen}\,\alpha \cdot \cos 2\alpha$
e) $\frac{2}{\pi}\text{sen}\,2\alpha \cdot \cos^2\alpha$

81. Na figura, *O* é centro de uma circunferência. Os pontos *B*, *O* e *C* estão alinhados, e $\overline{AH}$ é perpendicular a $\overline{BC}$. Sabe-se ainda que $AH = 6$ cm e $BH = 4$ cm. Calcule o raio da circunferência.

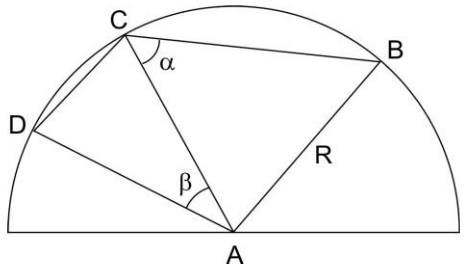


82. (Fuvest/93) Os pontos *B*, *P* e *C* pertencem a uma circunferência γ e $\overline{BC}$ é lado de um polígono regular inscrito em γ. Sabendo-se que o ângulo $B\hat{P}C$ mede 18º podemos concluir que o número de lados do polígono é igual a



a) 5 b) 6 c) 7 d) 10 e) 12

83. (Fuvest/02) Na figura abaixo, o quadrilátero *ABCD* está inscrito numa semi-circunferência de centro A e raio $AB = AC = AD = R$. A diagonal $\overline{AC}$ forma com os lados $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$ ângulos α e β, respectivamente. Logo, a área do quadrilátero *ABCD* é:



a) $\frac{R^2}{2}(\text{sen}\,2\alpha + \text{sen}\,\beta)$

b) $\frac{R^2}{2}(\text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,2\beta)$

c) $\frac{R^2}{2}(\cos 2\alpha + \text{sen}\,2\beta)$

d) $\frac{R^2}{2}(\text{sen}\,\alpha + \cos\beta)$

e) $\frac{R^2}{2}(\text{sen}\,2\alpha + \cos\beta)$

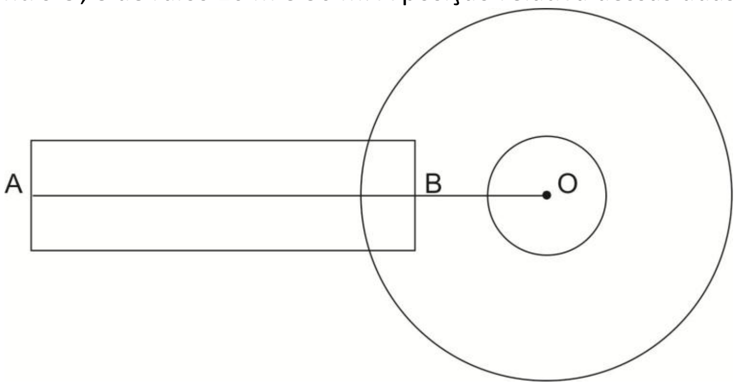
84. (Fuvest/94) O triângulo *ABC* está inscrito numa circunferência de raio 5 cm. Sabe-se que *A* e *B* são extremidades de um diâmetro e que a corda $\overline{BC}$ mede 6 cm. Então a área do triângulo *ABC*, em cm^2, vale

a) 24 b) 12 c) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{3}$

85. (Fuvest/86) Um triângulo tem 12 cm de perímetro e 6 cm² de área. Quanto mede o raio da circunferência inscrita nesse triângulo?

86. (Fuvest/79) Num triângulo isósceles, de área $3\sqrt{6}$, a altura relativa à base é o triplo do diâmetro da circunferência inscrita. Ache o raio dessa circunferência.

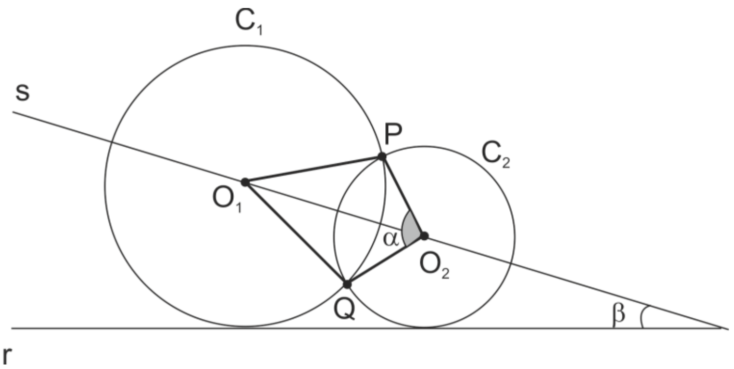
87. (Fuvest/01) Um agricultor irriga uma de suas plantações utilizando duas máquinas de irrigação. A primeira irriga uma região retangular, de base 100 m e altura 20 m, e a segunda irriga uma região compreendida entre duas circunferências de centro *O*, e de raios 10 m e 30 m. A posição relativa dessas duas regiões é dada na figura



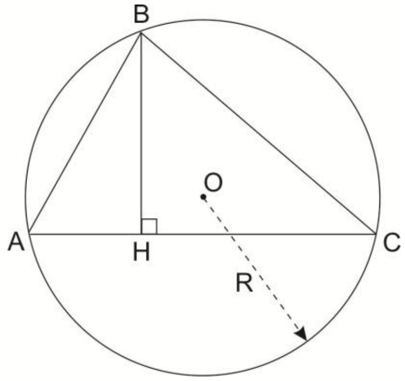
onde *A* e *B* são os pontos médios das alturas do retângulo. Sabendo-se ainda que os pontos *A*, *B* e *O* estão alinhados e que *BO* = 20 m, determine:
a) a área da intersecção das regiões irrigadas pelas máquinas;
b) a área total irrigada.

Utilize as seguintes aproximações: $\sqrt{2}$ = 1,41, π = 3,14 e $\text{arcsen}\,\frac{1}{3} = 0,340$ rad.

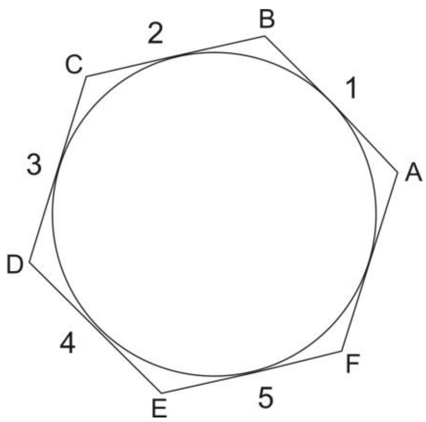
88. (Fuvest/02) Na figura abaixo, as circunferências C_1 e C_2, de centros O_1 e O_2, respectivamente, se interceptam nos pontos P e Q. A reta r é tangente a C_1 e C_2; a reta s passa por O_1 e O_2 e β é o ângulo agudo entre r e s.
Sabendo que o raio de C_1 é 4, o de C_2 é 3 e que $\text{sen}\,\beta = 1/5$, calcule:
a) a área do quadrilátero O_1QO_2P;
b) $\text{sen}\,\alpha$, onde $\alpha = Q\hat{O}_2P$.



89. Na figura a seguir, determine o valor de *R* sabendo que $AB = 4$, $BC = 6$ e $BH = 3$.

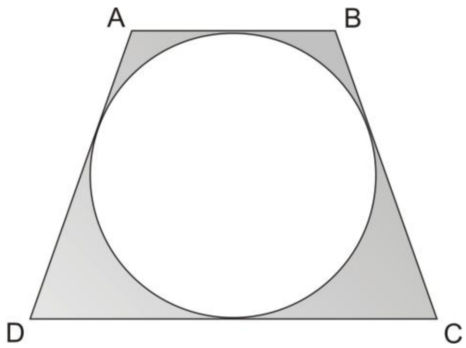


90. (OBM/02) Considere o hexágono *ABCDEF* a seguir no qual foi inscrita uma circunferência. Se *AB* = 1, *BC* = 2, *CD* = 3, *DE* = 4 e *EF* = 5, quanto mede *FA*?



a) 1 b) 3 c) 15/8 d) 6 e) 9

91. (IBMEC/04) Considere uma circunferência de raio r inscrita em um trapézio isósceles, conforme figura abaixo.



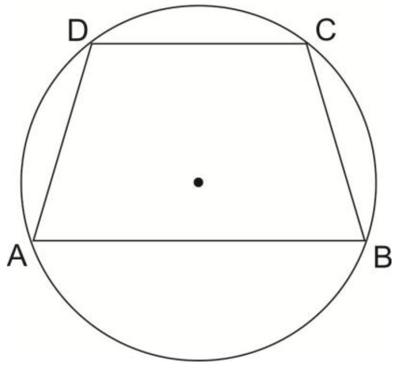
Suponha que as medidas dos segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são respectivamente iguais a 18 e 32.
a) Determine o perímetro do trapézio *ABCD*
b) Determine o raio *r* da circunferência.

92. (ITA/01) Num trapézio retângulo circunscritível, a soma dos dois lados paralelos é igual a 18 cm e a diferença dos dois outros lados é igual a 2 cm. Se r é o raio da circunferência inscrita e a é o comprimento do menor lado do trapézio, então a soma $a+r$ (em cm) é igual a:

a) 12 b) 11 c) 10 d) 9 e) 8

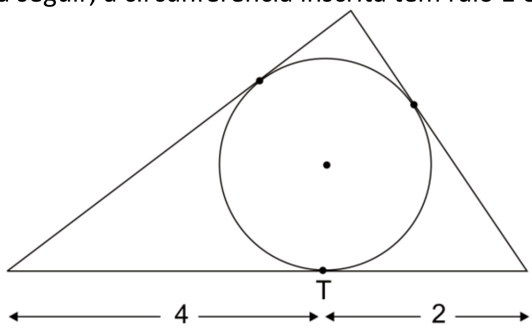
93. (Fuvest/92) Um losango está circunscrito a uma circunferência de raio 2 cm. Calcule a área deste losango sabendo que um de seus ângulos mede 60º

94. (Fuvest/07) A figura representa um trapézio *ABCD* de bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, inscrito em uma circunferência cujo centro *O* está no interior do trapézio. Sabe-se que $AB=4$, $CD=2$ e $AC=3\sqrt{2}$.



a) Determine a altura do trapézio.
b) Calcule o raio da circunferência na qual ele está inscrito.
c) Calcule a área da região exterior ao trapézio e delimitada pela circunferência.

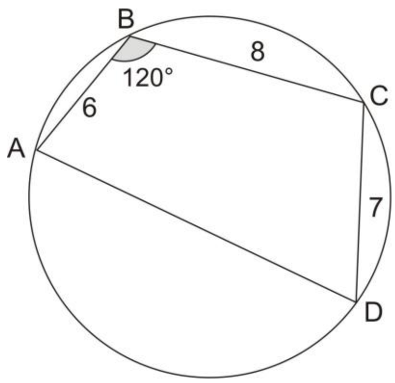
95. (MACK) No triângulo da figura a seguir, a circunferência inscrita tem raio 1 e T é o ponto de tangência.



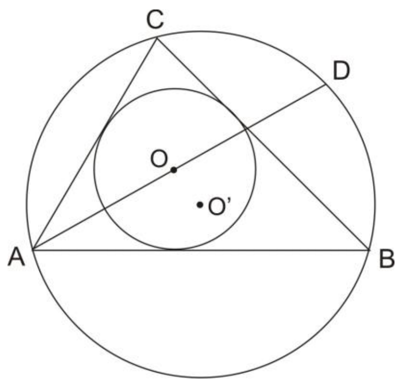
Então o menor lado do triângulo mede:

a) 3 b) 20/7 c) 7/2 d) 9/2 e) 30/7

96. (Covest) A figura abaixo ilustra um quadrilátero inscritível *ABCD*. Sabendo que *AB* = 6, *BC* = 8, *CD* = 7 e o ângulo $A\hat{B}C$ mede 120º, qual o inteiro mais próximo da área de *ABCD*?



97. O triângulo ABC é inscrito em uma circunferência de centro O'. Uma circunferência com o centro O é inscrita no triângulo ABC. É desenhado um segmento AO e prolongado até interceptar a circunferência maior em D. Então teremos:



a) *CD = BD = O'D*
b) *AO = CO = OD*
c) *CD = CO = BD*
d) *CD = OD = BD*
e) *O'B = O'C = OD*

GABARITO

01. B

02. B

03. A

04. D

05. D

06. D

07. a) 100 cm^2

b) $200(1+\sqrt{2})\,cm^2$

08. E

09. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$

10. a) $S=\cos 18^o+\text{sen}\,36^o$

b) $S=m\cdot(1+2\sqrt{1-m^2})$ ou $S=2m\cdot(2m^2-1)$

11. A

12. E

13. A

14. $S(OABT)=2\,\text{sen}\,x\cdot(2-\cos x)$

15. A

16. C

17. E

18. a) $\hat{A}+\hat{B}=120^o$ e $\hat{C}+\hat{D}=240^o$

b) $JN=1$

c) $M\hat{I}N=60^o$

19. B

20. D

21. B

22. A

23.

24. 14

25. $h=\sqrt{Bb}$

26. B

27. $AB=20$

28. C

29. D

30. A

31. E

32. B

33. B

34. C

35. E

36. D

37. B (Anulada)

38. C

39. C

40. B

41. C

42. A

43. B

44. a) $C=120\,\text{km}$

b) 10^4 hab/km^2

45. A

46. C

47. D

48. D

49. D

50. D

51. A

52. C

53. E

54. A

55. C

56. D

57. E

58. $R=8$

59. B

60. B

61. C

62. a) $1<x<\sqrt{2}$

b) $0\leq x<1$ ou $x=\sqrt{2}$

63. a) $r=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

b) $P\hat{O}Q=120^{\circ}$

64. a) $r=2\sqrt{2}+2$

b) $S=48+32\sqrt{2}-(16+8\sqrt{2})\pi$

65. a) $CD=4\sqrt{3}$

b) $r=6$

c) $S(AOB)=9\sqrt{3}$

d) $S=3(4\pi-3\sqrt{3})$

66. a) $P_1P_2=12$

b) $S(O_1O_2P_2P_1)=90$

c) $S(QO_2P_2)=96$

67. $\frac{r^2\cdot(2\alpha+\text{sen}\,2\alpha)}{2}$

68. a) $\overline{AB}=2\sqrt{3}$

b) $S=\frac{8\pi+3\sqrt{3}}{3}$

69. B

70. a) $S(APO)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{19\pi}{6}$

c) $S_{hachurada}=\frac{\sqrt{3}}{2}+1+\frac{5\pi}{6}$

71. $S=\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{6}$

72. $\sqrt{2}$ e 2

73. C

74. $R=2\sqrt{5}$

75. $S(ABC)=\frac{(R+r)\cdot\sqrt{Rr}}{2}$

76. $C=6\sqrt{3}+6\pi$ cm

77. $r=\sqrt{14}-\sqrt{7}$

78. a) $\frac{R}{r}=3$

b) $S(DEF)=27\sqrt{3}r^2$

79. B

80. E

81. 6,5 cm

82. D

83. A

84. A

85. 1 cm

86. r = 1

87. a) $S_1=188\text{ m}^2$

b) $S_2=4324\text{ m}^2$

88. a) $S(O_1QO_2P)=12$

b) $\text{sen}\,\alpha=\frac{24}{25}$

89. $R=4$

90. B

91. a) 100

b) r = 12

92. C

93. $S=\frac{32\sqrt{3}}{3}$

94. a) $h=3$

b) $R = \sqrt{5}$

c) $S = 5\pi - 9$

95. B

96.

97. D